

La rédaction et l'orthographe sont également appréciées et pris en compte dans la notation.

Calculatrice autorisée.

Exercice A - 10 pts - 30 min

Les systèmes robotisés peuvent permettre aux personnes à mobilité réduite de pratiquer des sports et loisirs qui leur étaient, jusqu'à récemment, totalement inaccessibles.

La société allemande Ottobock, spécialisée dans les aides à la pratique du sport pour personnes handicapées, a mis au point un fauteuil roulant destiné aux golfeurs pour qu'ils puissent plus facilement effectuer leur *swing*, mouvement permettant de frapper la balle avec la tête du club.



<https://www.eazilee.com/product/paragolfer/>

L'objectif de cet exercice est d'étudier le vol d'une balle de golf frappée par un joueur handicapé, et de déterminer comment il doit adapter son geste pour que la balle retombe au plus près du drapeau visé.

Le système étudié est la balle assimilée à un point matériel G de masse $m = 46 \text{ g}$, initialement posée au sol et coïncidant avec l'origine d'un repère (Oxy) tel que représenté ci-dessous.



Afin de simplifier l'étude, on considérera que :

- à la date $t_0 = 0 \text{ s}$, la tête du club de golf communique à la balle une vitesse initiale notée \vec{v}_0 dont la direction fait un angle $\alpha_0 = 40^\circ$ par rapport à l'horizontale ;
- lors de son vol, la balle n'est soumise qu'à son poids et évolue dans un champ de pesanteur terrestre considéré comme uniforme, d'intensité $g = 9,81 \text{ N}\cdot\text{kg}^{-1}$.

Le mouvement de la balle sera étudié dans le référentiel terrestre considéré comme galiléen.

1. Déterminer l'expression des coordonnées a_x et a_y de l'accélération \vec{a} de la balle lors du vol.
2. En explicitant le raisonnement, déterminer les équations horaires de la vitesse puis celles de la position de la balle.
3. Montrer que l'équation de la trajectoire peut se mettre sous la forme $y = (A \times x + B) \times x$ où A et B sont des constantes dont les expressions sont :

$$A = \frac{-g}{2 \times (v_0 \times \cos \alpha_0)^2} \quad B = \tan \alpha_0$$

On admettra que le golfeur est capable, avec le club utilisé, de communiquer à la balle une vitesse initiale de valeur maximale $v_{0\max} = 27 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. On parle alors d'un « plein coup ».

4. Déterminer les valeurs des constantes A et B pour cette valeur maximale de vitesse initiale.

Suite à un « plein coup », la balle retombe au sol à une distance maximale. Le golfeur peut adapter son geste afin que la portée du tir soit plus faible. On parle par exemple d'un « quart de coup » lorsque la distance vaut un quart de la distance maximale, d'un « demi-coup » lorsque la distance parcourue vaut la moitié de la distance maximale et ainsi de suite.

Le golfeur souhaite que sa balle retombe 3,0 mètres avant un drapeau situé à 60 m de la frappe.

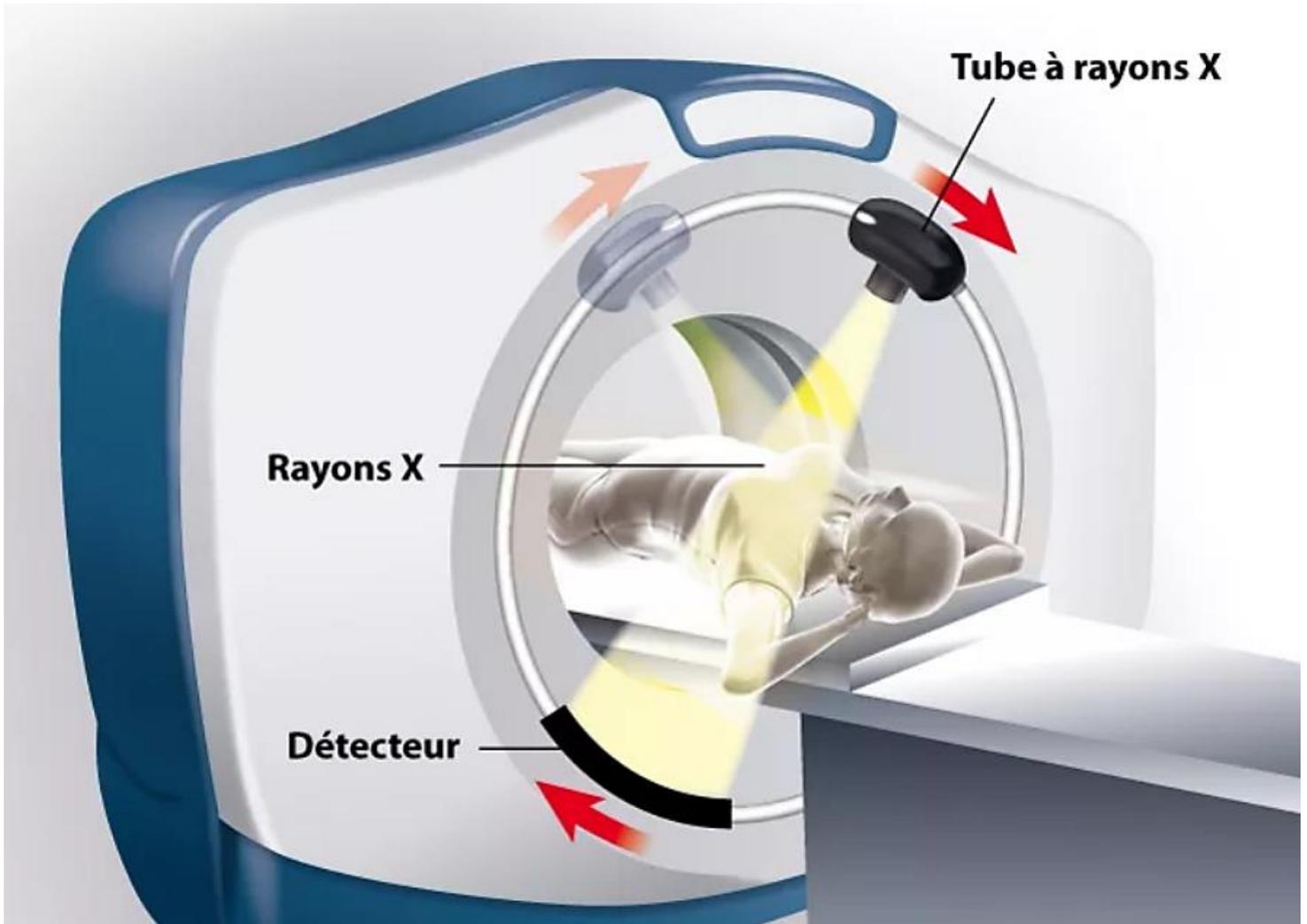
5. Déterminer si le joueur doit jouer un plein coup, un trois-quarts de coup, un demi-coup ou bien un quart de coup, en considérant que l'angle de décollage conserve la même valeur $\alpha_0 = 40^\circ$ quel que soit le coup réalisé avec ce club.
Les candidats sont invités à prendre des initiatives, notamment sur les valeurs numériques éventuellement manquantes, et à présenter la démarche suivie, même si elle n'a pas abouti.

Exercice B - 10 pts - 30 min

La radiographie réalisée par un scanner à rayons X est une technique d'imagerie médicale utile dans le diagnostic de nombreuses pathologies.

Le scanner crée un faisceau à rayons X à l'aide d'un tube à rayons X ou tube de Coolidge. Dans ce tube à rayons X, une tension élevée U est maintenue entre un filament cathodique, borne négative, et une anode tournante, borne positive (figures 1 et 2). Un courant électrique provoque l'échauffement d'un filament situé à la cathode. L'agitation des électrons présents augmente et une partie d'entre eux est éjectée du filament au point O, avec une vitesse négligeable. La tension U accélère les électrons du point O vers l'anode en tungstène. Devenus très énergétiques, ils frappent l'anode, ce qui produit des rayons X.

Pour obtenir ces rayons X, chaque électron doit avoir acquis une énergie cinétique égale à $6,4 \times 10^{-15} \text{ J}$ au minimum.



Principe du scanner

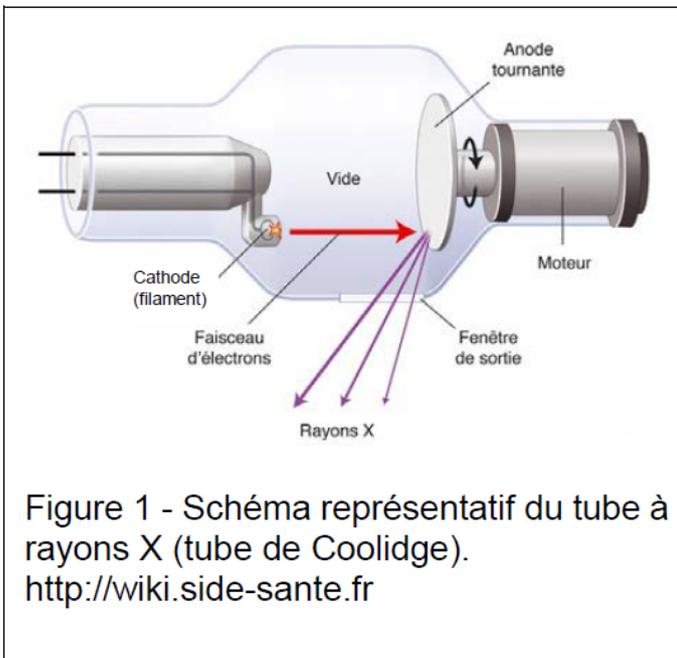


Figure 1 - Schéma représentatif du tube à rayons X (tube de Coolidge).
<http://wiki.side-sante.fr>

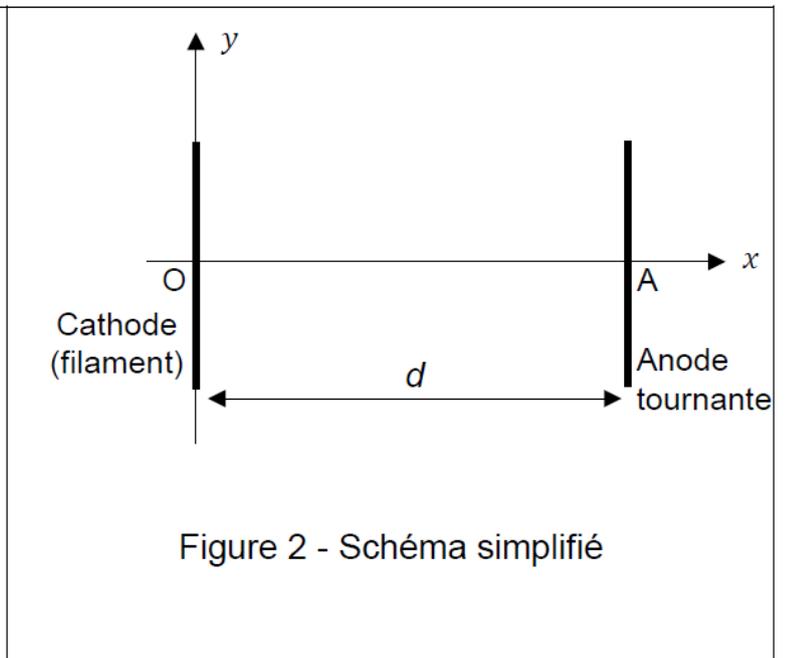


Figure 2 - Schéma simplifié

Le but de cet exercice est de calculer la tension minimale à appliquer entre la cathode et l'anode pour que le faisceau d'électrons parvienne à provoquer l'émission de photons X au niveau de l'anode.

On considèrera l'électron comme système d'étude assimilé à un point matériel dont on négligera le poids.

Son mouvement sera étudié dans un référentiel terrestre considéré comme galiléen.

À l'instant initial, l'électron est situé au point O et sa vitesse est considérée comme nulle.

Données

- Masse de l'électron : $m = 9,1 \times 10^{-31}$ kg.
- Charge de l'électron : $q = -e = -1,6 \times 10^{-19}$ C

Rappel : relation entre la tension appliquée U entre les 2 électrodes et le champ électrique produit E :

$$E = \frac{U}{d}$$

1. Reproduire la figure 2 puis tracer, entre la cathode et l'anode, sans préciser d'échelle :
 - le vecteur champ électrique supposé uniforme \vec{E} ,
 - la force \vec{F} que subit un électron situé en un point de l'axe (Ox).
2. Donner l'expression vectorielle de \vec{F} en fonction de e et \vec{E} .
3. Montrer que les coordonnées du vecteur accélération \vec{a} de l'électron, exprimées dans le repère (Oxy) de la figure 2, sont $a_x = \frac{e \times U}{m \times d}$ et $a_y = 0$.
4. En déduire la coordonnée du vecteur vitesse de l'électron selon l'axe (Ox), notée v_x .
Établir que x s'écrit $\frac{1}{2} \times \left(\frac{e \times U}{m \times d} \right) \times t^2$.
5. Donner l'expression littérale de t_A , l'instant où l'électron atteint l'anode (au point A) située à la distance d de O.
6. Grâce aux deux questions précédentes, en déduire que l'expression de la vitesse de l'électron au niveau de l'anode est $v_A = \sqrt{\frac{2 \times e \times U}{m}}$.
7. Répondre à la problématique de l'exercice « trouver la tension minimale à appliquer entre la cathode et l'anode pour que le faisceau d'électron parvienne à provoquer l'émission de photons X au niveau de l'anode ».
Les candidats sont invités à prendre des initiatives, notamment sur les valeurs numériques éventuellement manquantes, et à présenter la démarche suivie, même si elle n'a pas abouti.