

CORRIGE**Exercice A - 30' - 10 pts**

1. En appliquant la 2^{ème} loi de Newton ($\sum \vec{F}_{ext} = m \times \vec{a}$) au système {balle} dans le référentiel terrestre considéré galiléen : $\vec{P} = m \times \vec{g} = m \times \vec{a}$ donc $\vec{a} = \vec{g}$

$$\text{Donc } \vec{a} \begin{cases} a_x = g_x = 0 \\ a_y = g_y = -g \end{cases}$$

2. Par définition, $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$, on primitive les coordonnées de \vec{a} pour obtenir les coordonnées de \vec{v} :

$$\vec{a} \begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{cases} \xrightarrow[\text{C.I. : } \vec{v}_0 \begin{cases} v_{0x} = (v_0 \times \cos \alpha_0) \\ v_{0y} = (v_0 \times \sin \alpha_0) \end{cases}]{\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} : \text{on primitive}} \vec{v} \begin{cases} v_x = (v_0 \times \cos \alpha_0) \\ v_y = -g \times t + (v_0 \times \sin \alpha_0) \end{cases}$$

Par définition, $\vec{v} = \frac{d\vec{OM}}{dt}$, on primitive les coordonnées de \vec{v} pour obtenir les coordonnées de \vec{OM} :

$$\vec{v} \begin{cases} v_x = (v_0 \times \cos \alpha_0) \\ v_y = -g \times t + (v_0 \times \sin \alpha_0) \end{cases} \xrightarrow[\text{C.I. : } \vec{OM}_0 \begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = 0 \end{cases}]{\vec{v} = \frac{d\vec{OM}}{dt} : \text{on primitive}} \vec{OM} \begin{cases} x = (v_0 \times \cos \alpha_0) \times t + 0 \\ y = -\frac{1}{2}g \times t^2 + (v_0 \times \sin \alpha_0) \times t + 0 \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} x(t) = (v_0 \times \cos \alpha_0) \times t \\ y(t) = -\frac{1}{2}g \times t^2 + (v_0 \times \sin \alpha_0) \times t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = \frac{x}{(v_0 \times \cos \alpha_0)} \\ y = -\frac{1}{2}g \times \frac{x^2}{(v_0 \times \cos \alpha_0)^2} + (v_0 \times \sin \alpha_0) \times \frac{x}{(v_0 \times \cos \alpha_0)} \end{cases}$$

L'équation de la trajectoire est celle d'une parabole : $y(x) = -\frac{1}{2}g \times \frac{x^2}{(v_0 \times \cos \alpha_0)^2} + (\tan \alpha_0) \times x$,

$$\text{Soit encore } y(x) = \left(-\frac{1}{2}g \times \frac{x}{(v_0 \times \cos \alpha_0)^2} + (\tan \alpha_0) \right) \times x$$

de la forme $y(x) = (A \times x + B) \times x$ avec $A = -\frac{g}{2(v_0 \times \cos \alpha_0)^2}$ et $B = \tan \alpha_0$ comme demandé.

4. Si $\alpha_0 = 40^\circ$ et $v_0 = v_{0max} = 27 \text{ m.s}^{-1}$

$$A = -\frac{g}{2(v_0 \times \cos \alpha_0)^2} \text{ donc } A = -\frac{9,81}{2 \times (27 \times \cos 40^\circ)^2} = -1,1 \times 10^{-2} \text{ et } B = \tan \alpha_0 \text{ donc } B = \tan 40^\circ = 0,84$$

5. Déterminons la distance maximale parcourue par la balle : quand la balle touche le sol : $y(x_{max}) = 0$.

$$\text{Donc } y(x_{max}) = (A \times x_{max} + B) \times x_{max} = 0$$

En éliminant la solution $x_{max} = 0$ (qui correspond au point de départ), $A \times x_{max} + B = 0$ donc $x_{max} = -\frac{B}{A}$

$$\text{donc } x_{max} = -\frac{0,84}{-1,1 \times 10^{-2}} = 76 \text{ m}$$

Notons F le point où la balle doit toucher le sol soit 3,0 m avant le trou donc $x_F = 60 - 3,0 = 57 \text{ m}$

On a donc $\frac{x_F}{x_{max}} = \frac{57}{76} = 0,75 = \frac{3}{4}$: le golfeur doit donc effectuer « un trois quart de coup ».

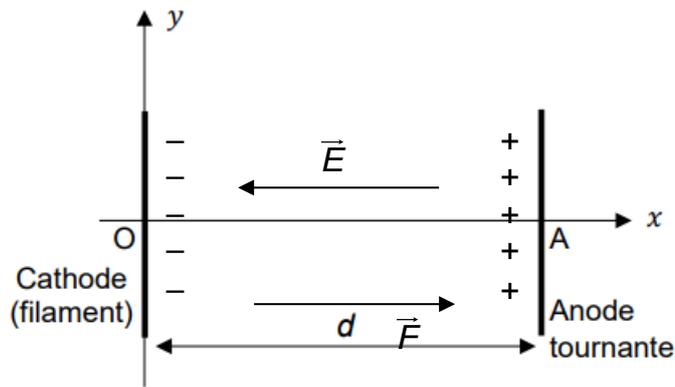
Exercice B - 30' - 10 p⁺

1.

dans le texte :

« filament cathodique,
borne négative,
anode borne positive »

\vec{E} toujours du + vers le -



2. $\vec{F} = -e\vec{E}$

3. D'après la deuxième loi de Newton, appliquée au système électron de masse m (dans le référentiel terrestre supposé galiléen) : $\Sigma \vec{F}_{ext.} = m\vec{a}$. On néglige la force poids face à la force électrique.

$\vec{F} = m\vec{a}$ donc $-e\vec{E} = m\vec{a}$ soit $\vec{a} = -\frac{e\vec{E}}{m}$

Ainsi, selon l'axe (Ox) : $a_x = \frac{eE}{m}$ et comme $E = \frac{U}{d}$, alors $a_x = \frac{eU}{m.d}$. Selon l'axe vertical (Oy) $a_y = 0$.

4. $a_x = \frac{dv_x}{dt}$, on primitive a_x pour obtenir v_x : $v_x = \frac{eU}{m.d}.t + C_1$ où C_1 est une constante.

À la date $t = 0$, l'électron possède une vitesse nulle donc $C_1 = 0$. Ainsi : $v_x = \frac{eU}{m.d}.t$

$v_x = \frac{dx}{dt}$, on primitive v_x pour obtenir x : $x = \frac{1}{2}\left(\frac{eU}{m.d}\right).t^2 + C_2$ où C_2 est une constante.

À la date $t = 0$, l'électron est situé au point O d'abscisse nulle donc $C_2 = 0$. Ainsi : $x = \frac{1}{2}\left(\frac{eU}{m.d}\right).t^2$

5. $x(t_A) = \frac{1}{2}\left(\frac{eU}{m.d}\right).t_A^2 = d$ donc $t_A^2 = 2d\left(\frac{m.d}{e.U}\right)$ d'où $t_A = d.\sqrt{2.\frac{m}{e.U}}$

6. D'après la question 4, $v_x = \frac{eU}{m.d}.t$ donc $v_A = \frac{eU}{m.d}.t_A$. D'après la question 6, $t_A = d.\sqrt{2.\frac{m}{e.U}}$.

Donc $v_A = \frac{eU}{m.d}.\left(d.\sqrt{2.\frac{m}{e.U}}\right)$ soit $v_A^2 = \left(\frac{eU}{m.d}\right)^2.d^2.2.\frac{m}{e.U} = 2.\frac{e.U}{m}$ d'où $v_A = \sqrt{\frac{2.e.U}{m}}$

7. Pour obtenir ces rayons X, chaque électron doit avoir acquis une énergie cinétique égale à $6,4 \times 10^{-15}$ J au minimum.

$E_C = \frac{1}{2}.m.v_A^2 = \frac{1}{2}.m.2.\frac{e.U}{m} = e.U$

Donc $U = \frac{E_C}{e} = \frac{6,4 \times 10^{-15}}{1,6 \times 10^{-19}} = 4,0 \times 10^4 \text{ V} = 40 \text{ kV}$ tension minimale à appliquer.