Partie 2 : Sciences physiques (1h)

Vous traiterez les 2 exercices suivants :

EXERCICE A – Étude de la deuxième loi de Kepler

Grâce aux données observationnelles constituées par Tycho Brahe, l'astronome Johannes Kepler publie en 1609 et 1619 trois lois. Elles ont été énoncées historiquement dans le contexte très spécifique du système solaire. L'objectif de cet exercice est d'interroger plus spécifiquement la deuxième loi.

Les orbites elliptiques quasi-circulaires de la Terre et de Mars

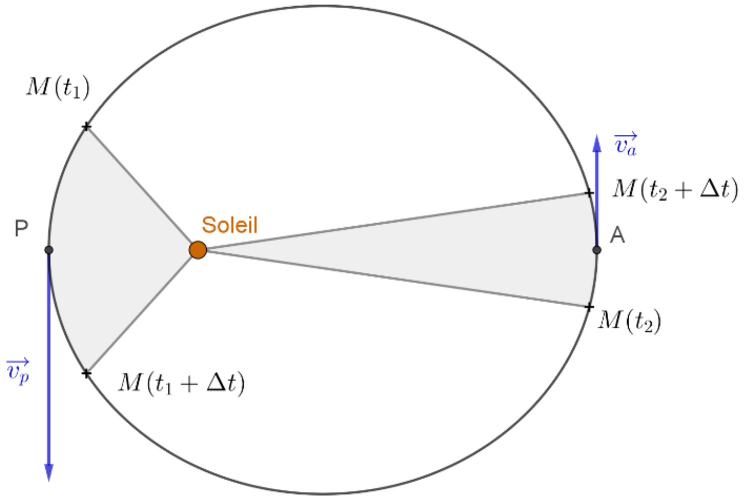
Les orbites de la Terre et de Mars sont souvent considérées comme circulaires. Ce sont pourtant des ellipses. Dans le référentiel héliocentrique, la valeur de leur vitesse varie le long de l'orbite entre v_{min} et v_{max}, tout comme la distance Soleil-planète varie entre R_{min} et R_{max}. Le rayon moyen R_{moy} est défini comme le rayon du cercle approximant au mieux la trajectoire de la planète. La vitesse v_{moy} est défini comme la vitesse de la planète sur cette trajectoire circulaire.

Terre	Mars	Jupiter
$v_{Tmin} = 29{,}3\ \mathrm{km.s^{-1}}$ $v_{Tmax} = 30{,}3\ \mathrm{km.s^{-1}}$ $v_{Tmoy} = 29{,}8\ \mathrm{km.s^{-1}}$	$v_{Mmin} = 22{,}0\ \mathrm{km.s^{-1}}$ $v_{Mmax} = 26{,}5\ \mathrm{km.s^{-1}}$ $v_{Mmoy} = 24{,}1\ \mathrm{km.s^{-1}}$	$v_{Jmin} = 12{,}4\ \mathrm{km.s^{-1}}$ $v_{Jmax} = 13{,}7\ \mathrm{km.s^{-1}}$ $v_{Jmoy} = 13{,}1\ \mathrm{km.s^{-1}}$
$R_{Tmin} = 147 \times 10^6\ \mathrm{km}$ $R_{Tmax} = 152 \times 10^6\ \mathrm{km}$ $R_{Tmoy} = 150 \times 10^6\ \mathrm{km}$	$R_{Mmin} = 207 \times 10^6\ \mathrm{km}$ $R_{Mmax} = 249 \times 10^6\ \mathrm{km}$ $R_{Mmoy} = 228 \times 10^6\ \mathrm{km}$	$R_{Jmin} = 741 \times 10^6\ \mathrm{km}$ $R_{Jmax} = 816 \times 10^6\ \mathrm{km}$ $R_{Jmoy} = 778 \times 10^6\ \mathrm{km}$

1. À l'aide de la deuxième loi de Kepler qui sera rappelée, identifier le schéma correct parmi ceux proposés page suivante. Justifier précisément.

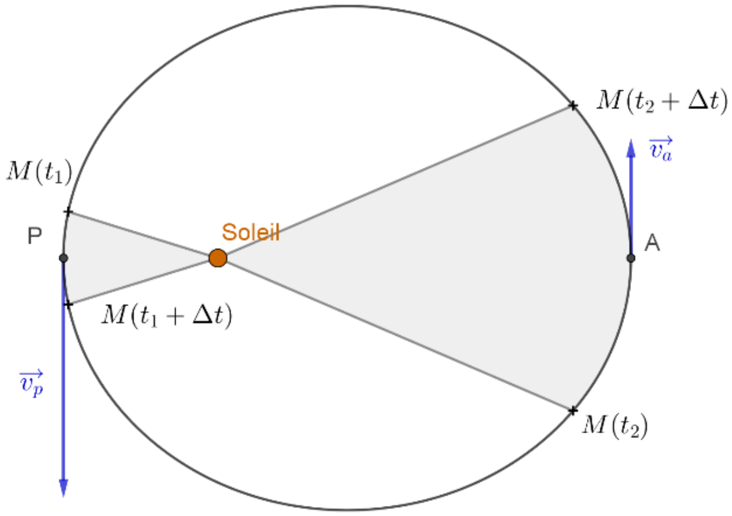
   Pour chaque schéma (page suivante), on représente la position de la planète au voisinage de son périhélie P (respectivement aphélie A) entre les instants t_1 et $t_1 + \Delta t$ (respectivement t_2 et $t_2 + \Delta t$) ainsi que son vecteur vitesse à cette position dans le référentiel héliocentrique.

a.



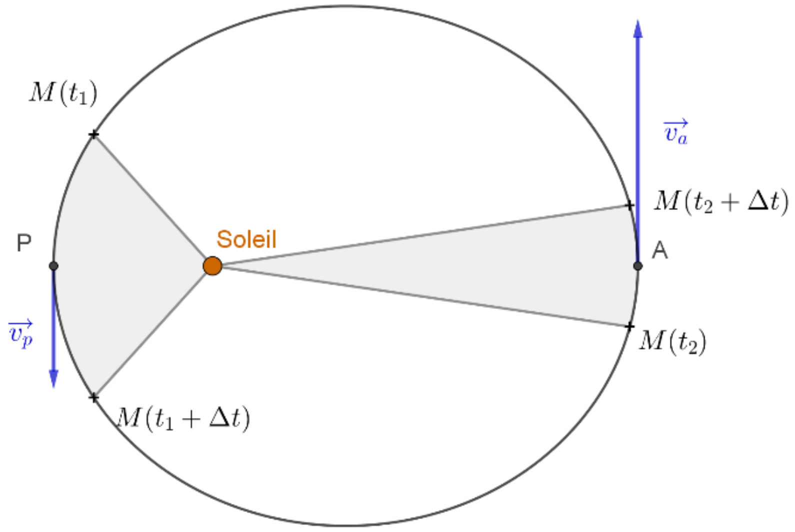
$M(t_1)$
$\vec{v_a}$
$M(t_2 + \Delta t)$
P
Soleil
A
$M(t_2)$
$\vec{v_p}$
$M(t_1 + \Delta t)$

b.



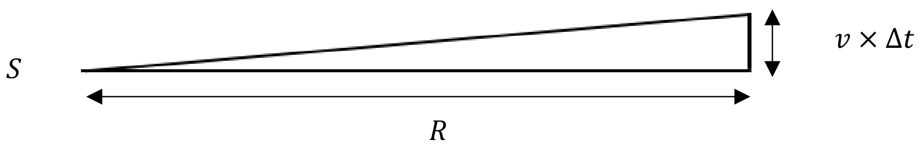
$M(t_2 + \Delta t)$
$\vec{v_a}$
$M(t_1)$
P
Soleil
A
$M(t_1 + \Delta t)$
$\vec{v_p}$
$M(t_2)$

c.



$M(t_1)$
$\vec{v_a}$
$M(t_2 + \Delta t)$
P
Soleil
A
$\vec{v_p}$
$M(t_2)$
$M(t_1 + \Delta t)$

Lorsque la planète est située à l'aphélie ou au périhélie, le segment Soleil-Terre est perpendiculaire au vecteur vitesse. L'aire balayée par le segment Soleil-Terre pendant une durée Δt courte devant la période de révolution, correspond approximativement alors à l'aire du triangle rectangle ayant pour sommets S, le centre du Soleil, $M(t)$, position de Terre à l'instant t et $M(t+\Delta t)$, position de Terre à l'instant $t+\Delta t$:



Dans le schéma ci-dessus, R est la longueur du segment Soleil-Terre, et $v \times \Delta t$ la distance parcourue par la planète durant la durée Δt à la vitesse v.

2. Exprimer l'aire balayée par le segment Soleil-Terre durant Δt en fonction de R, v et Δt.

3. En déterminant la valeur de l'aire balayée par le segment Soleil-Terre durant $\Delta t = 1\ \mathrm{s}$, vérifier que les données dans le cas de la Terre sont compatibles avec la seconde loi de Kepler.

4. À l'aide des données disponibles déterminer si l'aire balayée durant 1 s est la même pour la Terre et pour Mars.

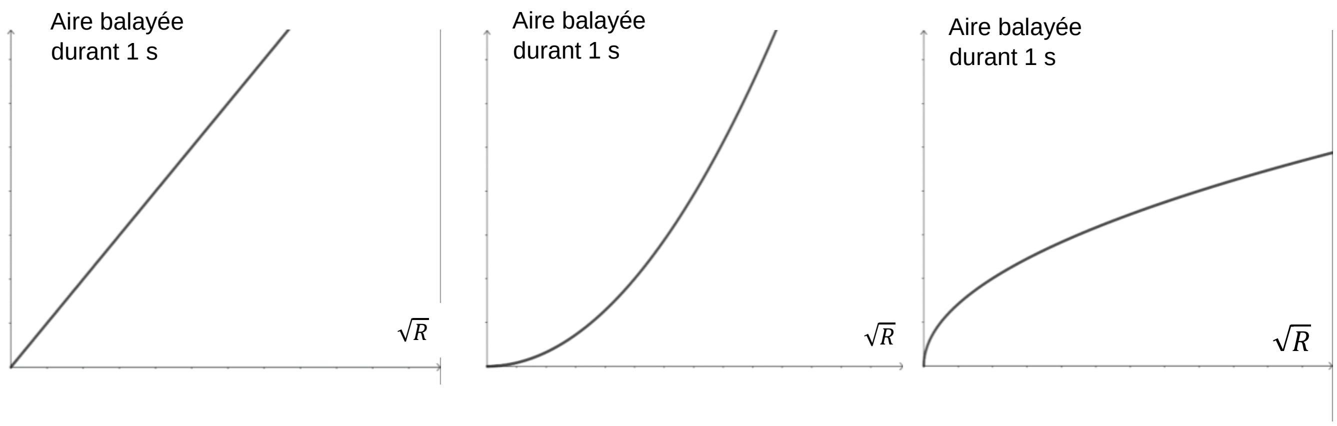
Pour la suite de l'exercice, on assimilera les orbites à des cercles. On souhaite étudier l'aire balayée en fonction du rayon de l'orbite pendant une même durée. On étudie une planète dont l'orbite est supposée parfaitement circulaire de rayon R. On note M_S la masse du Soleil.

5. À l'aide de la deuxième loi de Newton, établir l'expression de la vitesse v en fonction de G, R, et M_S : $v = \sqrt{\frac{GM_S}{R}}$.

6. Déterminer l'expression de l'aire balayée durant Δt en fonction de G, R, M_S et Δt.

7. Identifier le graphique correspondant à l'expression de l'aire en fonction de la racine carrée du rayon parmi les propositions suivantes. Bien justifier.

Graphique a — Graphique b — Graphique c



EXERCICE B – Disques de frein d'une voiture

Dans cet exercice, on recherche quelles caractéristiques donner aux disques de freins d'une voiture pour qu'ils évitent de s'échauffer trop violemment au cours d'un freinage d'urgence. On détermine que l'énergie cinétique maximale de la voiture, lancée à sa vitesse maximale est de l'ordre de E_{max} = 1,8 MJ.

Les disques de freins des véhicules de série sont en fonte, un matériau bon marché et résistant. Pour éviter une usure prématurée des disques, on doit éviter de dépasser la température de 900 °C. Au cours d'un freinage d'urgence, la majeure partie de l'énergie cinétique du véhicule est dissipée en chaleur au niveau des freins. **On considèrera ici que chacun des 4 disques de frein absorbe une chaleur Q = E_{max} / 4.**

Données :

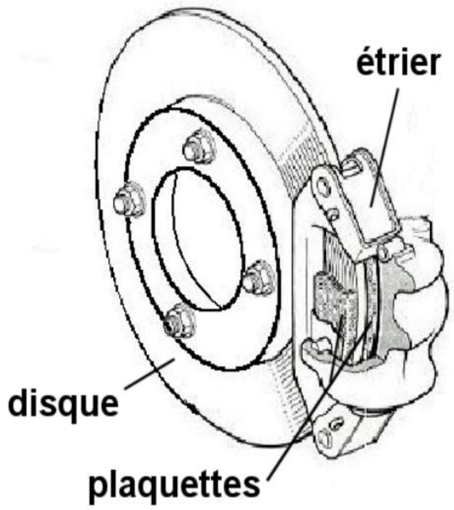
- capacité thermique massique de la fonte : $c = 500\ \mathrm{J{\cdot}K^{-1} \cdot kg^{-1}}$;
- masse de la voiture : $m\ =\ 1\ tonne$;

1. Exprimer la vitesse maximale v atteinte par la voiture en fonction de E_{max} et m. Faire l'application numérique et donner le résultat en km/h.

On rappelle que l'apport d'une quantité d'énergie thermique *Q* dans un système solide de masse *m* entraîne une élévation de sa température $T_f - T_i$ telle que : $Q = m \times c \times (T_f - T_i)$.

2. Préciser les unités du système international de chacun des termes de la relation ci-dessus.

3. En déduire une estimation de la masse m minimale d'un seul disque de frein pour leur éviter une usure prématurée. Faire les hypothèses qui vous semblent judicieuses. Expliquer précisément votre raisonnement.



Le système de frein à disque