Partie 2 : Sciences physiques

Exercice A : Peser un corps céleste (10 points)

Pour déterminer la masse m d'un objet sur Terre, il suffit simplement de poser cet objet sur une balance adaptée. Pour les masses d'objets célestes tels que la Terre elle-même, la résolution du problème n'est pas aussi simple et directe.

L'objectif de cet exercice est de déterminer expérimentalement la masse de la Terre notée M_T.

1. Pour un objet de masse m situé à la surface de la Terre, rappeler la relation vectorielle entre son poids $\vec{P}$ et le champ de pesanteur terrestre $\vec{g}$.

2. En s'appuyant sur le modèle de la chute libre et une loi de Newton, justifier que l'intensité du champ de pesanteur g s'exprime en m·s^{-2}.

Pour mesurer expérimentalement la valeur de g en un point donné de la Terre, on peut utiliser un pendule simple qui oscille périodiquement avec une période T supposée constante durant l'expérience (figure 1).

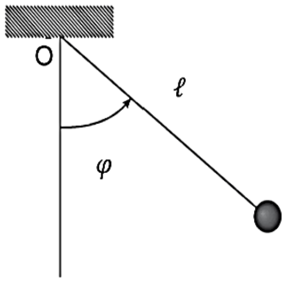


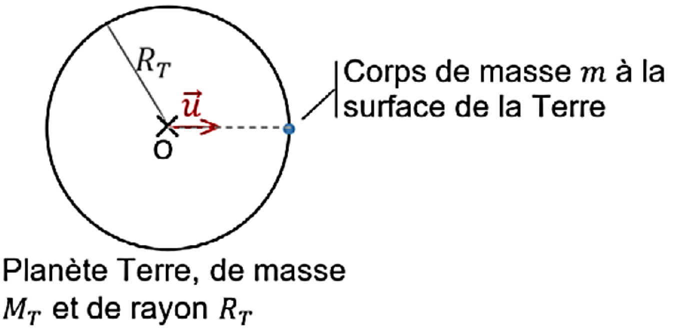
Figure 1 : pendule simple écarté d'un angle φ par rapport à sa position d'équilibre et lâché sans vitesse initiale.

Pour un pendule de longueur ℓ, on peut montrer que, pour des angles φ petits, la période d'oscillation T s'exprime par la relation : $T = 2\pi \times \sqrt{\frac{\ell}{g}}$

Au niveau de l'équateur, pour une longueur de pendule ℓ = 0,991 m, la période est de T = 2,00 s.

3. Déterminer la valeur de g au niveau de l'équateur.

4. Reproduire sur sa copie le schéma de la Terre ci-dessous et le compléter, sans souci d'échelle, en rajoutant la force gravitationnelle $\overrightarrow{F_g}$ exercée par la planète Terre sur un corps modélisé par un point matériel de masse m situé à sa surface. Le vecteur $\vec{u}$ est un vecteur unitaire.



Données

- Constante de gravitation universelle : G = 6,674 30 × 10^{-11} N·m²·kg⁻².
- Rayon de la Terre au niveau de l'équateur : R_T = 6 378 km.

5. Exprimer vectoriellement la force gravitationnelle $\overrightarrow{F_g}$ exercée par la Terre sur un objet de masse m situé à sa surface. En admettant que le champ de gravitation est égal au champ de pesanteur et donc que $F_\mathrm{g} = P$, en déduire l'expression littérale de M_T puis calculer sa valeur numérique.

Données

- Incertitude-type de l'intensité du champ de pesanteur terrestre : $u(g)$ = 0,05 m·s⁻².
- Incertitude-type du rayon de la Terre : $u(R_\mathrm{T})$ = 1 km.
- On admettra que : $u(M_\mathrm{T}) = M_\mathrm{T} \times \sqrt{\left(\frac{u(g)}{g}\right)^2 + \left(2 \times \frac{u(R_\mathrm{T})}{R_\mathrm{T}}\right)^2}$.
- Masse de référence de la Terre : M'_T = 5,98 × 10^{24} kg ;
- le résultat d'une mesure x est considéré en accord avec une valeur de référence x_{ref} si la valeur du quotient $\frac{|x-x_{ref}|}{u(x)}$ est inférieure ou égale à 2, avec $u(x)$, l'incertitude-type associée.

6. Calculer l'incertitude $u(M_\mathrm{T})$ sur la masse de la Terre et vérifier que la valeur expérimentale M_T est bien en accord avec la valeur communément admise de nos jours notée M'_T.

Exercice B : Cave à vin (10 points)

Cave à vin
Photo Wikipédia

Déguster un vin à la bonne température est essentiel pour pouvoir en apprécier les saveurs gustatives et odorantes : un vin trop tiède n'est pas agréable ; un vin trop froid voit ses arômes masqués par l'alcool. Pour pouvoir servir les vins à la bonne température, on utilise des caves à vin.

On s'intéresse à une bouteille de vin rouge léger dont la température idéale de service est de 13° C. Initialement, cette bouteille et son contenu sont à une température voisine de 22° C. On place cette bouteille dans la cave à vin afin d'optimiser sa dégustation.

L'air à l'intérieur de la cave à vin joue le rôle d'un thermostat. Sa température T_{air} demeure constante et égale à 13 °C.

Dans cet exercice, on cherche à déterminer la durée nécessaire pour que la température du vin atteigne la valeur souhaitée de 13 °C (**partie 1**). On étudie ensuite la gêne sonore pouvant être occasionnée par une cave à vin dans un restaurant (**partie 2**).

Les deux parties sont indépendantes.

Partie 1 – Evolution de la température - Durée du refroidissement

On s'intéresse à l'évolution de la température T du système {vin + bouteille} placé dans le thermostat.

Le système {vin + bouteille} est immobile. L'air de la cave à vin est ventilé.

On désigne par Q le transfert thermique entre l'air et le système, et par Φ le flux thermique correspondant, c'est-à-dire le transfert thermique par unité de temps.

On fait l'hypothèse que le flux thermique Φ vérifie la loi phénoménologique de Newton.

Loi phénoménologique de Newton

Lorsqu'un système incompressible de température T est placé dans un fluide en écoulement à la température T_a , il s'établit un flux thermique entre le thermostat et le système proportionnel à l'écart de température ($T - T_a$).

On peut alors écrire : $\Phi = -h \times S \times (T - T_a)$

- S est la surface d'échange entre le système et le thermostat (en m^2) ;
- h est le coefficient d'échange convectif (en W · m^{-2} · K^{-1}).

Données

- Surface d'échange entre la bouteille et l'air : S = 4,66 × 10^{-2} m^2
- Coefficient d'échange convectif : h = 10 W · m^{-2} · K^{-1}
- Capacité thermique du système {vin + bouteille} : C = 3,25 kJ · K^{-1}
- $T(K) = \theta(°C) + 273$

1. À l'aide du premier principe de la thermodynamique, relier la variation d'énergie interne ΔU du système {vin + bouteille} au transfert thermique Q entre l'air et le système.

2. Exprimer le transfert thermique Q pendant une durée très petite Δt en fonction du flux thermique Φ supposé constant pendant cette durée et de Δt. Rappeler les unités, dans le système international, des grandeurs intervenant dans cette expression.

La variation d'énergie interne d'un système incompressible au repos dont la température varie de ΔT est donnée par la relation $\Delta U = C \times \Delta T$ (C est la capacité thermique du système).

3. Exprimer le flux thermique Φ en fonction de la capacité thermique C du système supposé incompressible, de sa variation de température ΔT et de la durée Δt.

4. En utilisant la loi phénoménologique de Newton, et en faisant tendre Δt vers 0, vérifier que l'équation différentielle qui régit l'évolution de la température T s'écrit :

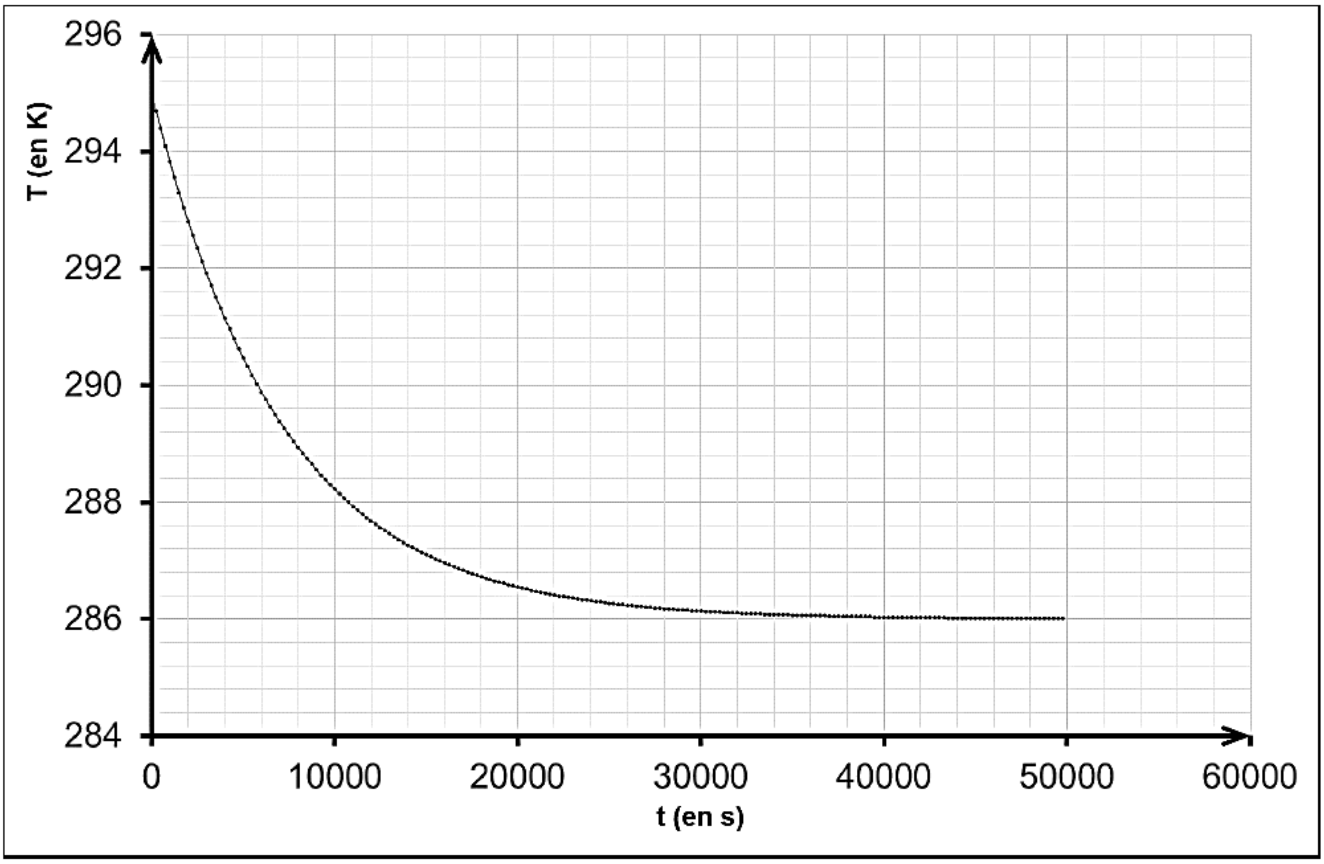
$$\frac{dT}{dt} = -\frac{1}{\tau}\left(T - T_{air}\right)$$

En déduire l'expression et l'unité de τ.

Le modèle d'évolution temporelle de la température du système {vin + bouteille}, solution de l'équation différentielle, est le suivant :

$$T(t) = \left(T_0 - T_{air}\right)e^{-\frac{t}{\tau}} + T_{air}$$

Cette évolution temporelle de la température $T(t)$ est représentée ci-dessous :



5. Retrouver à l'aide des résultats de la modélisation les valeurs de T_0 et de T_{air}.

6. Estimer graphiquement au bout de combien de temps, au minimum, le vin pourra être servi à la température souhaitée (à 0,5 degré près). Donner le résultat en heures.

Partie 2 – Cave à vin et niveau d'intensité sonore

Le niveau d'intensité sonore moyen d'une cave à vin est de 42 dB à environ 1,0 m avec une fréquence sonore voisine de 200 Hz. Un restaurateur a besoin de deux caves à vin dans un même local fermé, à proximité de la salle qui accueille les clients. Il cherche à savoir si des clients assis juste derrière la cloison, à 1,0 m des caves à vin, sont susceptibles de les entendre.

Données

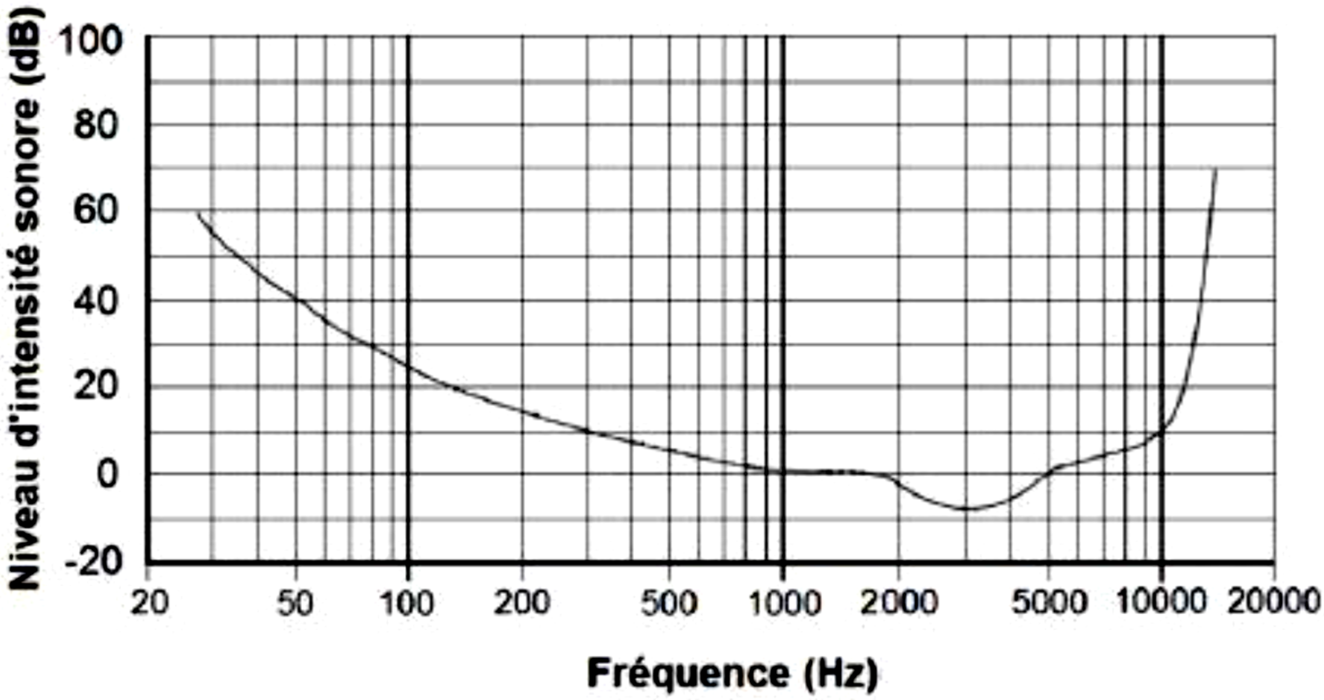
- Niveau d'intensité sonore L en décibel :

$$L = 10\log\left(\frac{I}{I_0}\right) \qquad \text{avec} \quad I_0 = 1,0 \times 10^{-12}\ W \cdot m^{-2}$$

- Atténuation par absorption : l'atténuation par absorption pour les bruits aériens, notée A, correspond à la différence entre le niveau d'intensité sonore L_i du son incident sur un obstacle et le niveau d'intensité sonore L_t du son transmis. Elle varie avec la fréquence. Pour les cloisons du restaurant, les caractéristiques d'atténuation sonore sont données ci-dessous :

$\boldsymbol{f}$ (en $\mathbf{Hz}$)	100	125	160	200	250	315	400	500	630
$\boldsymbol{A}$ (en $\mathbf{dB}$)	29	32	28	25	29	33	36	38	41

- Seuil d'audibilité en fonction de la fréquence : le graphique suivant indique les valeurs minimales de niveau d'intensité sonore audible en fonction de la fréquence.



7. Montrer que le niveau sonore total émis par les deux caves à vin, à 1,0 m de celle-ci sans la cloison serait de 45 dB.

8. Le signal sonore émis par les deux caves serait-il audible par les clients placés derrière la cloison ? Justifier.