Partie 2 : Sciences physiques

CORRIGE

Exercice A : Vers l'ISS (10 points)

<u>Décollage de la fusée</u>

1. Exprimer puis calculer le poids *P* de la fusée au décollage.

$P = m.g = 595\times10^3 \times 9{,}81 = 5{,}84\times10^6$ N **/1**

2. En déduire la force totale de poussée F au décollage.

$F = 9.f = 9 \times 845\times10^3 = 7{,}61\times10^6$ N **/1**

3. Établir l'expression de l'accélération initiale a de la fusée. La calculer.

D'après la deuxième loi de Newton appliquée au système {fusée} dans le référentiel terrestre du sol supposé galiléen, on a : $\vec{P} + \vec{F} = m.\vec{a}$.

Par projection suivant un axe vertical orienté vers le haut : $-P + F = m.a_y$ **/1**

$a_y = \frac{-P+F}{m} = \frac{-5{,}84\times10^6 + 7{,}61\times10^6}{595\times10^3} = 2{,}97$ m.s^{-2}

$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2}$ or $a_x = 0$ car aucune force n'agit horizontalement suivant l'axe des abscisses. **/1,5**

$a = 2{,}97$ m.s^{-2}

4. Calculer l'accélération moyenne a_{moy} de la fusée entre le décollage et l'instant où la fusée atteint la vitesse du son. Comparer les accélérations a et a_{moy}.

$a_{moy} = \frac{v(t+\Delta t) - v(t)}{\Delta t} = \frac{v_{son} - 0}{\Delta t} = \frac{340}{60} = 5{,}7$ m.s^{-2} **/1**

L'accélération moyenne a_{moy} est plus grande que l'accélération initiale a.

Cette différence peut être due au fait que les forces qui s'exercent sur la fusée sont variables au cours du mouvement. Par exemple le poids diminue puisque la fusée consomme du carburant (perte de masse), ainsi la force de poussée prédomine de plus en plus et est responsable de l'augmentation progressive de l'accélération. **/0,5**

<u>Mise en orbite</u>

5. En appliquant la troisième loi de Kepler $\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{G.M_T}$ où *r* est le rayon de l'orbite de la station, exprimer puis calculer la période de révolution T de la station ISS. Donner le résultat en heures et minutes.

$T = \sqrt{\frac{4\pi^2}{G.M_T}.(R_T + h)^3} = \sqrt{\frac{4\pi^2}{6{,}67\times10^{-11}\times5{,}97\times10^{24}}.\left((6380 + 400)\times10^3\right)^3} = 5{,}59\times10^3$ s = 1,54 h ≈ 1h32 min. **/1,5**

6. Exprimer puis calculer la valeur de la vitesse de la station sur son orbite.

$v = \frac{2\pi.(R_T + h)}{T} = \frac{2\pi\times(6380+400)}{5{,}59\times10^3} = 7{,}66$ km.s^{-1} **/1,5**

7. Préciser la vitesse de la capsule par rapport celle de la station pour rendre possible l'arrimage.

La capsule et la station doivent posséder la même vitesse (dans le référentiel géocentrique) lors de l'arrimage, sinon il y aurait un choc. La vitesse relative (vitesse de la capsule par rapport à la station) doit être quasiment nulle. **/1**

Exercice B : Installation d'une fenêtre de toit (10 points)

1. Exprimer le transfert thermique *Q* qui a lieu à travers la vitre pendant la durée très courte Δt en fonction de Δt, *h*, *S*, θ_e et θ.

Par définition : $\phi = \frac{Q}{\Delta t}$ donc $Q = \Phi\times\Delta t$

Or d'après la loi phénoménologique de Newton : $\Phi(t) = h \times S \times (\theta_e - \theta(t))$ **/1**

Finalement : $Q = h \times S \times (\theta_e - \theta(t)) \times\Delta t$

2. Appliquer le premier principe de la thermodynamique au système et en déduire une relation entre Φ et les grandeurs Δt, m_{air}, c_{air} et $\Delta\theta$ où $\Delta\theta$ désigne la variation de température du système pendant la durée Δt.

D'après le premier principe de la thermodynamique : $\Delta U = W + Q$
Or $W = 0$ J car il n'y a pas d'échange d'énergie sous forme de travail mécanique, alors $\Delta U = Q$.
Or pour un système thermodynamique incompressible : $\Delta U = m_{air} \times c_{air} \times \Delta\theta$ **/2**
On rappelle que : $Q = \Phi \times \Delta t$ soit $\phi(t) \times \Delta t = m_{air} \times c_{air} \times \Delta\theta$

$$\phi(t) = m_{air} \times c_{air} \times \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$$

3. Montrer que la température de l'air de la pièce $\theta(t)$ obéit à l'équation différentielle :

$$\frac{d\theta}{dt} + a \times \theta(t) = a \times \theta_e \quad \text{avec} \quad a = \frac{h \times S}{m_{air} \times c_{air}}$$

On part de l'expressions établie à **Q2**. $\phi(t) = m_{air} \times c_{air} \times \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$ or $\phi(t) = h \times S \times (\theta_e - \theta(t))$.

En égalant les deux expressions, on trouve :

$$m_{air} \times c_{air} \times \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = h \times S \times (\theta_e - \theta(t))$$

$$m_{air} \times c_{air} \times \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = h \times S \times \theta_e - h \times S \times \theta(t)$$

$$m_{air} \times c_{air} \times \frac{\Delta\theta}{\Delta t} + h \times S \times \theta(t) = h \times S \times \theta_e$$

/2,5

En divisant chaque terme de l'égalité par $m_{air} \times c_{air}$, on obtient :

$$\frac{\Delta\theta}{\Delta t} + \frac{h \times S}{m_{air} \times c_{air}} \times \theta(t) = \frac{h \times S}{m_{air} \times c_{air}} \times \theta_e$$

Lorsque $\Delta t \to 0$, on a : $\frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{d\theta}{dt}$ et, en posant : $a = \frac{h \times S}{m_{air} \times c_{air}}$

On retrouve bien l'équation différentielle proposée : $\frac{d\theta}{dt} + a \times \theta(t) = a \times \theta_e$

4. En utilisant les données, montrer que $a = 6{,}2 \times 10^{-5}\ s^{-1}$ environ. Justifier son unité.

On réalise une analyse dimensionnelle de la constante a pour justifier son unité.

$$[a] = \frac{[h] \times [S]}{[m_{air}] \times [c_{air}]}$$

$$= \frac{W.m^{-2}.K^{-1} \times m^2}{kg \times J.kg^{-1}.K^{-1}} = \text{W.J}^{-1}$$

/1,5

Or par définition : $E = P \times \Delta t$ donc la dimension de E en Joule peut aussi être exprimée en $W.s$. Finalement :

$$[a] = \text{W}.(W.s)^{-1} = W.W^{-1}.s^{-1} = s^{-1}$$

Calculons alors sa valeur :

$$a = \frac{h \times S}{m_{air} \times c_{air}} = \frac{8{,}0 \times 1{,}0}{1{,}3 \times 10^2 \times 1{,}0 \times 10^3} \approx 6{,}2 \times 10^{-5}\ s^{-1}$$

/1

5. Calculer la température θ de la pièce au bout d'une heure puis au bout de trois heures lorsque la température initiale intérieure θ_i vaut 20 °C. À partir de ces résultats numériques, justifier si la fenêtre de toit choisie convient lors de la période estivale.

Au bout d'une heure, soit 3600 s : $\theta(t = 1h) = 20 + (50 - 20) \times \left(1 - e^{-6{,}2 \times 10^{-5} \times 1 \times 3600}\right) \approx 26\ °C$ **/1**

Au bout de trois heures : $\theta(t = 3h) = 20 + (50 - 20) \times \left(1 - e^{-6{,}2 \times 10^{-5} \times 3 \times 3600}\right) \approx 35\ °C$

En considérant ce modèle simplifié, on remarque qu'au bout de 3 heures la température de la pièce atteint des valeurs qui deviendront progressivement difficilement supportables.

Cette fenêtre de toit choisie ne convient pas lors des périodes estivales. **/1**