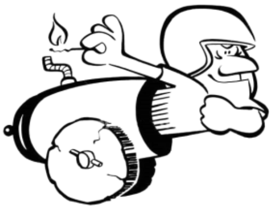
	interro n°2	Mouvement et interactions - 25'	TSI

Répondre directement sur la feuille.
Calculatrice interdite.

Nom :	Prénom :	Note :	/10

L' « homme-canon » est un spectacle de foire qui consiste à propulser d'un canon un homme bien protégé. On étudie la trajectoire d'un de ces « projectiles ». Le système étudié dans le référentiel terrestre est l'homme noté M. L'instant t=0 est l'instant où le canon retentit. Les coordonnées du vecteur position $\overrightarrow{OM}$, dans un repère cartésien $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ sont données ci-dessous :



$$\overrightarrow{OM} \left| \begin{array}{l} x = 20.t \\ y = -5.t^2 + 20.t + 2{,}5 \\ z = 0 \end{array} \right.$$

(coordonnées en mètre
t en seconde ; l'axe Ox coïncide avec la surface du sol
l'axe Oy coïncide avec la verticale du lieu)

1. Justifier que le mouvement est plan. **/0,5**

2. Quelles sont les coordonnées du vecteur position à l'instant t = 2 s ? **/1**

3. Quelle est l'altitude (la hauteur depuis le sol) de l'homme à t = 0 ? à t = 1 s ? **/1,5**

4. Rappeler comment on détermine les coordonnées du vecteur vitesse $\vec{v}$ à partir du vecteur position $\overrightarrow{OM}$.
Déterminer alors les coordonnées du vecteur vitesse $\vec{v}$ (en fonction du temps). **/1**

5. Montrer que la valeur de la vitesse de l'homme à t = 1 s vaut environ 22,6 $m.s^{-1}$. *Aide au calcul : $22{,}6^2 \approx 500$.* **/1,5**

6. Déduire de la réponse à la question 4. les coordonnées du vecteur accélération $\vec{a}$. **/1,5**

7. On cherche à retrouver les ***équations horaires*** ci-dessus. Réaliser le bilan des forces s'exerçant sur l'homme lors du saut (on négligera les frottements de l'air). En déduire les coordonnées du vecteur accélération $\vec{a}$.
Donnée : intensité du champ de pesanteur : $g \approx 10\ m.s^{-2}$. **/2**

8. Expliquer, sans les réaliser, les étapes nécessaires pour aboutir, à partir du vecteur accélération $\vec{a}$, aux équations horaires. **/1**

CORRIGE

1. z = 0 en permanence donc le mouvement se fait uniquement sur un plan (pas en 3D).

2. En remplaçant dans les coordonnées de OM, on a :

$\overrightarrow{OM}(t=2)$ | x = 20x2 = **40**
y = - 5x2² + 20x2 + 2,5 = **22,5**
z = **0**

3. On cherche y à t = 0 : **y** = - 5x0² + 20x0 + 2,5 = **2,5 m** et à t = 1 s : **y** = - 5x1² + 20x1 + 2,5 = **17,5 m**

4. **Le vecteur vitesse est la dérivée du vecteur position par rapport au temps :** $\vec{v} = \dfrac{d\overrightarrow{OM}}{dt}$

Il suffit alors de dériver chacune des coordonnées par rapport au temps :

$\vec{v}$ | v_x = **20**
v_y = - 5x2xt + 20 = **- 10.t + 20** (coordonnées en m/s)
v_z = **0**

5. A t = 1 s, on a :

$\vec{v}(t=1)$ | v_x = **20**
v_y = - 10x1 + 20 = **10**
v_z = **0**

soit $v = \sqrt{{v_x}^2 + {v_y}^2} = \sqrt{20^2 + 10^2} = \sqrt{500}$ ≈ **22,6 m/s**

6. **Le vecteur accélération est la dérivée du vecteur vitesse par rapport au temps :** $\vec{a} = \dfrac{d\vec{v}}{dt}$

Il suffit alors de dériver chacune des coordonnées par rapport au temps :

$\vec{a}$ | a_x = **0**
a_y = **- 10** (coordonnées en m/s²)
a_z = **0**

L'accélération est constante, le vecteur accélération étant en permanence vertical dirigé vers le bas.

7. Il n'y a que le poids qui agit sur l'homme. En appliquant la deuxième loi de Newton : $m.\vec{a} = \vec{P} = m.\vec{g}$ donc $\vec{a} = \vec{g}$.
On retrouve la réponse à la question précédente :

$\vec{a}$ | a_x = **0**
a_y = **- 10** (coordonnées en m/s²)
a_z = **0**

8. Ensuite, pour trouver le vecteur vitesse, il suffit d'intégrer une première fois (en connaissant le vecteur vitesse à t=0). Pour trouver le vecteur position, il suffit d'intégrer une deuxième fois. On aura ainsi les équations horaires x(t) , **y**(t) et **z**(t).