

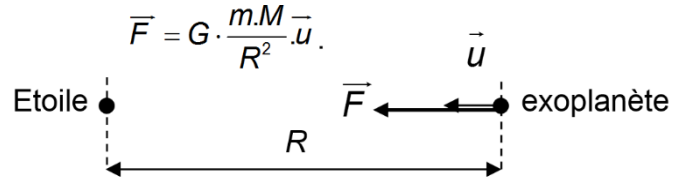
CORRIGE

1. Troisième loi de Kepler : Le carré de la période de révolution T est proportionnel au cube du demi-grand axe de la trajectoire elliptique, soit : $\frac{T^2}{a^3} = Cte.$

2. voir cours :

Par identification on obtient :

$$\begin{cases} \text{sur } \vec{u} : \frac{G \cdot M}{R^2} = \frac{v^2}{R} \\ \text{sur } \vec{\tau} : 0 = \frac{dv}{dt} \Rightarrow v = cte \end{cases}$$



On a : $\frac{G.M}{R^2} = \frac{v^2}{R}$ donc on en déduit que $v = \sqrt{\frac{G.M}{R}}$.

Pendant une période T , l'exoplanète parcourt une longueur $2\pi R$ à la vitesse v autour de l'étoile donc : $T = \frac{2\pi \cdot R}{v}$.

Ainsi : $T^2 = \frac{4\pi^2 \cdot R^2}{v^2}$ or : $v^2 = \frac{G.M}{R}$, on en déduit que : $T^2 = \frac{4\pi^2 \cdot R^2}{\frac{G.M}{R}} = \frac{4\pi^2 \cdot R^3}{G.M}$

Finalement on obtient : $\boxed{\frac{T^2}{R^3} = \frac{4\pi^2}{G.M}}$

3. On a : $R^3 = \frac{G.M.T^2}{4\pi^2}$ soit finalement $\boxed{R = \left(\frac{G.M.T^2}{4\pi^2}\right)^{1/3}}$

avec $M = 0,82 \times M_0$ et $M_0 = 1,989 \times 10^{30}$ kg
et $T = 1,22 \times 3600 \times 24 = 1,92 \times 10^5$ s.

$$R = \left(\frac{6,67 \times 10^{-11} \times 0,82 \times 1,989 \times 10^{30} \times (1,92 \times 10^5)^2}{4\pi^2} \right)^{1/3}$$

```
(6.67E-11*0.82*1
.989E30*1.92E5^2/
(4*pi^2))^(1/3)
4.665939071E9
```

$R = 4,7 \times 10^9$ m valeur non arrondie stockée en mémoire

4. Sachant que $1 \text{ U.A.} = 1,50 \times 10^8 \text{ km} = 1,50 \times 10^{11} \text{ m}$, on a :

$$R = \frac{4,6659 \times 10^9}{1,50 \times 10^{11}} = 3,11 \times 10^{-2} \text{ U.A.}$$

L'étoile ayant des caractéristiques similaires à celle du Soleil (doc.2), on peut penser que sa zone d'habitabilité est voisine de celle du Soleil : elle serait donc comprise entre 0,726 U.A. et 1,52 U.A. Comme R n'appartient pas à cet intervalle, l'exoplanète n'est pas dans la zone d'habitabilité de l'étoile HD 189733, elle recevrait trop de puissance par mètre carré.