

On se propose de faire la partie I.2. du chapitre 2 à partir de l'énoncé d'un problème de BAC.

Rédiger les réponses (corrigées) directement dans le cours.

Énoncé :

Le trébuchet est une machine de guerre utilisée au Moyen Âge au cours des sièges de châteaux forts. Le projectile pouvait faire des brèches dans les murailles des châteaux forts situés à plus de 200 m du trébuchet. Son principe de fonctionnement est le suivant :

Un contrepoids relié à un levier est maintenu à une certaine hauteur par des cordages. Il est brusquement libéré.

Au cours de sa chute, il agit sur un levier au bout duquel se trouve une poche en cuir dans laquelle est placé le projectile. Lors de sa libération, le projectile de la poche se trouve à une hauteur $H = 10$ m et est projeté avec une vitesse $\vec{v}_0$ faisant un angle α avec l'horizontale.

Les mouvements du contrepoids et du projectile s'effectuent dans un champ de pesanteur uniforme.

Données :

Masse du projectile $m = 130$ kg.

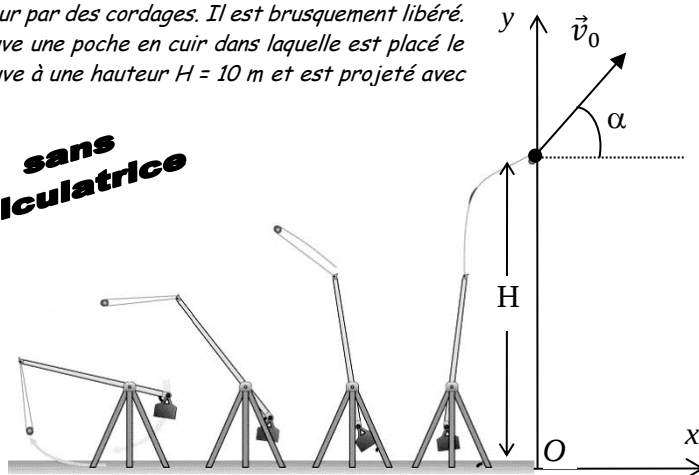
Intensité du champ de pesanteur $g \approx 10 \text{ m.s}^{-2}$.

Hauteur du projectile au moment du lancer : $H = 10$ m.

On étudie le mouvement du projectile après libération.

Les frottements de l'air sur le projectile seront négligés dans cette étude. Le champ de pesanteur $\vec{g}$ est parallèle à l'axe Oy, comme sur la figure ci-contre.

sans
calculatrice



Problématique : Avec quelle vitesse initiale v_0 horizontale le projectile doit-il être lancé pour atteindre la base du mur du château situé à une $d = 100$ m ?

A. Application de la deuxième loi de Newton pour déterminer l'accélération

- Préciser le référentiel et le système étudié.
- Faire le bilan des forces s'exerçant sur le système. Quelles forces peut-on négliger ?
- Déterminer l'expression des composantes horizontale et verticale a_x et a_y du vecteur accélération $\vec{a}$ du centre d'inertie du projectile dans le repère indiqué.

B. De l'accélération à la vitesse

Déterminer l'expression des composantes horizontale et verticale v_x et v_z du vecteur vitesse $\vec{v}$ du centre d'inertie du projectile dans le repère indiqué.

C. De la vitesse à la position

Déterminer l'expression des composantes horizontale et verticale x et y du vecteur position $\overrightarrow{OM}$ du centre d'inertie du projectile dans le repère indiqué, c'est-à-dire l'expression des équations horaires du mouvement du projectile : $x(t)$ et $y(t)$.

D. Trajectoire

- Déterminer l'équation de la trajectoire du projectile $y = f(x)$.
- Quelle est la nature de la trajectoire du projectile ? Représenter qualitativement l'allure de la trajectoire.
- Indiquer les paramètres de lancement qui jouent un rôle dans le mouvement du projectile.
- Dans le cas où le projectile est lancé avec une vitesse initiale horizontale, déterminer l'expression littérale de l'abscisse x_S de son point de chute.
- Répondre alors à la problématique. Regarder alors la vidéo en lien ci-contre.

Aide au calcul : $\sqrt{0,5} = 0,71$; $\sqrt{2} = 1,41$

Pour les plus ambitieux :

- ★ Déterminer l'expression littérale de l'abscisse x_P du point P où le projectile retombe sur le sol. Cette distance sera appelée **portée**.
- ★★ Déterminer l'expression des coordonnées du point F où le projectile atteint sa hauteur maximale. Cette hauteur sera appelée **flèche**.
- ★★★ Montrer, sans faire d'application numérique, que la portée est maximale lorsque $\alpha = 45^\circ$.



<https://bit.ly/VIDtrebuchet>