

# BACCALAURÉAT TECHNOLOGIQUE BLANC

ÉPREUVE D'ENSEIGNEMENT DE SPÉCIALITÉ

**SESSION janvier 2023**

## SCIENCES ET TECHNOLOGIES DE L'INDUSTRIE ET DU DEVELOPPEMENT DURABLE

### **Physique-Chimie et Mathématiques**

Durée de l'épreuve : **3 heures**

*L'usage de la calculatrice avec mode examen actif est autorisé.*

*L'usage de la calculatrice sans mémoire, « type collègue » est autorisé.*

Dès que ce sujet vous est remis, assurez-vous qu'il est complet.

Ce sujet comporte 8 pages numérotées de 1/8 à 8/8.

**PHYSIQUE-CHIMIE** ..... 14/20 points  
**MATHÉMATIQUES**..... 6/20 points

**Le candidat sera attentif aux consignes contenues dans le sujet pour traiter les 4 exercices.**

**En particulier, l'exercice de mathématiques (EXERCICE 3) est à traiter sur la copie spécifique fournie avec ce sujet.**

## EXERCICE 1 commun à tous les candidats (4 points)

(physique-chimie et mathématiques)

L'étude proposée concerne un avion A320 d'environ 180 places.

Le taxiage est la période au cours de laquelle l'avion se déplace au sol, soit pour aller vers la piste de décollage soit pour aller vers son point de stationnement.

L'objectif du dispositif étudié est de permettre le déplacement autonome de l'avion au sol, sans utiliser ses moteurs principaux (réacteurs) mais des moteurs électriques.

Cette solution garantit une réduction des nuisances sonores et des émissions de CO<sub>2</sub>. L'utilisation des moteurs électriques diminue aussi fortement l'ingestion de corps étrangers (oiseaux) par les réacteurs sur le tarmac.

### Caractéristiques de l'Airbus A320

Equipage	
Equipage commercial	4 personnes
Equipage technique	2 personnes
Mécanicien navigant	-
Pilotes	2 personnes
Radion	-
Masses (kg)	
Masse à vide	42600
Masse maximale à l'atterrissage	64500
Masse maximale au décollage	73500
Motorisation	
Moteurs	-
Poussée	9980 kgp
Réacteurs	x2 CFM56-5A4

La solution étudiée consiste en une motorisation électrique des 2 trains principaux de l'avion (un moteur électrique par train). Lors du déplacement au sol, l'avion est propulsé par ses moteurs électriques, au lieu de ses réacteurs.

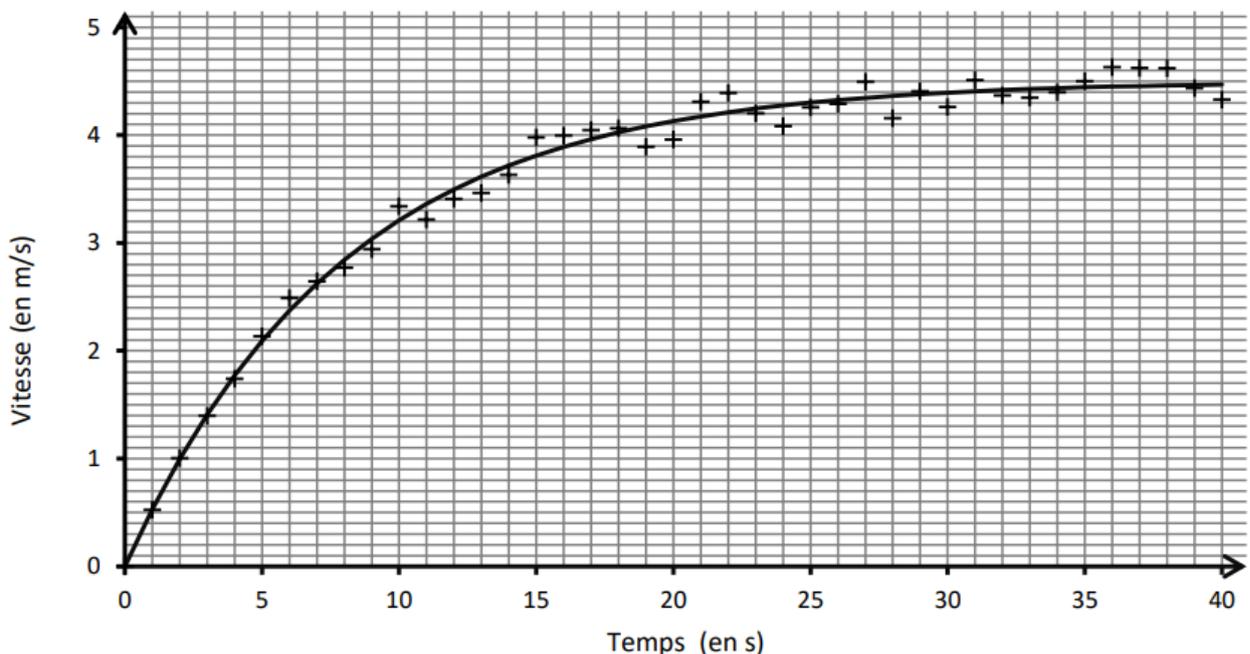
Toute l'étude est réalisée lors d'un taxiage avant un décollage sur sol horizontal en charge maximale.

L'avion, initialement à l'arrêt, démarre sur un sol horizontal et atteint une vitesse maximale  $v_{\max}$ . On modélise la vitesse de l'avion, exprimée en  $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ , par une fonction  $f$  définie sur  $[0; +\infty[$  par  $f(t) = A \times (1 - e^{-0,13 \times t})$  où  $A$  est une constante réelle et  $t$  est le temps exprimé en seconde.

1. Exprimer en fonction de  $A$ ,  $\lim_{t \rightarrow +\infty} f(t)$ .

La représentation graphique de cette fonction est donnée sur le graphique ci-après. Elle modélise les valeurs expérimentales représentées par des croix sur ce graphique.

### Évolution de la vitesse de l'avion lors du taxiage



2. Conjecturer la valeur de  $A$  à l'aide du graphique.

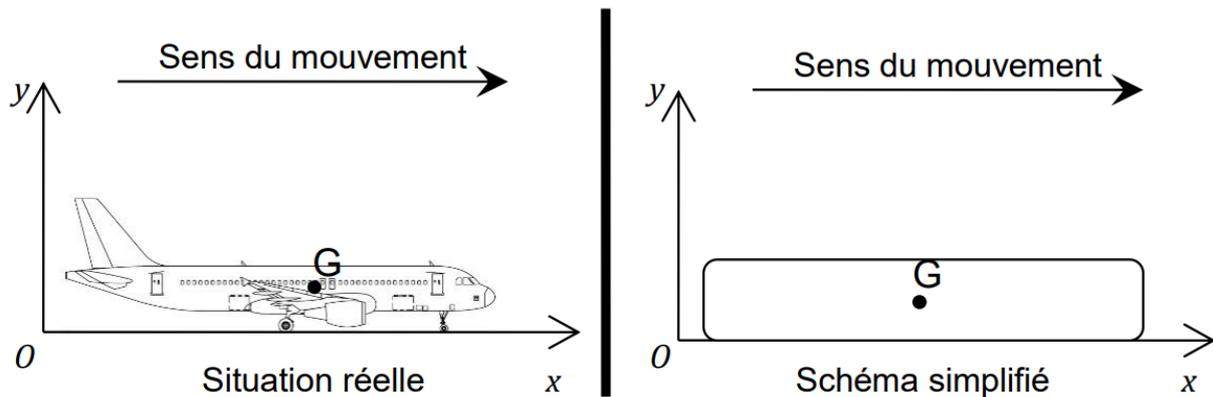
La vitesse de l'avion, exprimée en  $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ , est modélisée par la fonction  $v$  définie sur  $[0 ; +\infty[$  par :

$$v(t) = 4,5 \times (1 - e^{-0,13 \times t})$$

On admet que  $v$  est dérivable sur  $[0 ; +\infty[$  et on note  $v'$  la dérivée de  $v$ . On rappelle que la dérivée de la vitesse par rapport au temps correspond à l'accélération.

3. Montrer que  $v'(t) = 0,585 \times e^{-0,13 \times t}$ . En déduire l'accélération initiale de l'avion.

### Schéma du taxiage



4. Préciser la direction et le sens de la force de traction  $\vec{F}_T$  exercée par les moteurs électriques sur l'avion.
5. Sur votre copie, représenter, sans souci d'échelle, les quatre forces s'exerçant sur l'avion modélisé par le point G. Indiquer le nom de chacune de ces forces.
6. On se place à l'instant  $t = 0$  s. En appliquant le principe fondamental de la dynamique, montrer que si l'on néglige les forces de frottement, on peut écrire  $F_T = m \times a$ .
7. En déduire la valeur de la force de traction exercée par chacun des moteurs électriques lors du démarrage de l'avion, sachant que l'accélération à  $t = 0$  s est estimée à  $0,585 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$ .

## EXERCICE 2 commun à tous les candidats (6 points)

(physique-chimie)

### Le robot d'assistance à la personne Romeo

Développé par l'entreprise française Aldebaran Robotics, cet androïde mesure 1,40 m, pèse 40 kg et se veut « un véritable assistant et compagnon personnel » pour les personnes âgées. Romeo peut évidemment marcher, voir en trois dimensions et faire la conversation...

D'après <https://www.rtflash.fr> et [https://fr.wikipedia.org/wiki/Romeo\\_\(robot\)](https://fr.wikipedia.org/wiki/Romeo_(robot))

L'énergie utilisée par Romeo est stockée à l'emplacement du cœur et des poumons d'un humain. Elle provient d'un assemblage d'accumulateurs connectés en série et en parallèle. Cet assemblage sera désigné sous le nom de « pack batterie ».



Le pack batterie doit avoir une tension nominale de 48 V et une capacité nominale de 3300 mA·h. Les accumulateurs BM18650ETC1 qui le composent sont décrits ci-dessous.

#### Accumulateur de forte puissance BM18650ETC1

(d'après documentation BMZ GMBH)



Pack batterie constitué de plusieurs accumulateurs BM18650ETC1

**Technologie** : Lithium Fer Phosphate ( $\text{LiFePO}_4$ )

#### Caractéristiques d'un accumulateur :

Masse : 38,8 g ; Tension nominale : 3,2 V ; Capacité nominale : 1100 mA·h

1. Déterminer le nombre d'accumulateurs à placer en série et en parallèle pour obtenir le pack batterie complet qui alimente le robot Romeo. Justifier votre réponse en précisant l'agencement choisi.

Pour la suite de l'exercice, on admet que le pack batterie est constitué de 45 accumulateurs de technologie  $\text{LiFePO}_4$ .

2. Déterminer la masse du pack batterie.
3. Déterminer l'énergie que peut fournir le pack batterie.

On donne le tableau comparatif de quelques technologies d'accumulateurs (d'après <https://fr.wikipedia.org>) :

Spécifications	Pb	NiCd	NiMH	$\text{LiFePO}_4$
Energie massique en $\text{Wh}\cdot\text{kg}^{-1}$	40	60	80	90
Durée de vie en nombre de charge/décharge (pour un taux de décharge de 80 %)	250	1000	400	1500

4. Justifier le choix de la technologie  $\text{LiFePO}_4$  pour assurer l'autonomie énergétique du robot Romeo.
5. En considérant que la valeur moyenne de l'intensité du courant débité est de 2,8 A, déterminer l'autonomie de fonctionnement du robot. Exprimer le résultat en minute. Commenter.

Lors de la décharge d'un accumulateur  $\text{LiFePO}_4$ , les équations modélisant les transformations électrochimiques qui se produisent aux électrodes sont les suivantes :

- à la borne + :  $\text{FePO}_4 (s) + \text{Li}^+ + e^- \rightarrow \text{LiFePO}_4 (s)$
- à la borne - :  $\text{LiC}_6 (s) \rightarrow 6 \text{C} (s) + \text{Li}^+ + e^-$

Données :

- Constante de Faraday :  $F = 9,65 \cdot 10^4 \text{ C} \cdot \text{mol}^{-1}$
- $1 \text{ A} \cdot \text{h} = 3600 \text{ C}$

- Masses molaires atomiques :

$$M(\text{Fe}) = 55,8 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1} ; M(\text{P}) = 31,0 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1} ; M(\text{O}) = 16,0 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1} ; M(\text{Li}) = 6,9 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1} ; M(\text{C}) = 12,0 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$$

- La quantité d'électricité  $Q$ , exprimée en coulombs (C) et la quantité de matière d'électrons  $n(e^-)$  transférés, exprimée en moles (mol), pendant le fonctionnement d'un accumulateur sont liées par :  $Q = n(e^-) \times F$

6. Écrire l'équation de la réaction modélisant la décharge de l'accumulateur.
7. Lors de la décharge de l'accumulateur, préciser si l'on observe, à la borne négative, une réaction d'oxydation ou de réduction. Justifier votre réponse.
8. On rappelle que la capacité nominale d'un accumulateur est de 1100 mA·h. Montrer que la quantité de matière d'électrons que doit faire circuler l'accumulateur lors de sa décharge complète vaut  $4,1 \cdot 10^{-2} \text{ mol}$ .
9. En déduire la masse nécessaire de chacune des électrodes  $\text{LiC}_6$  présentes dans un accumulateur.

Afin de déterminer la tension à vide du pack batterie, on a mesuré 10 fois cette grandeur à l'aide d'un voltmètre. Les mesures obtenues sont les suivantes :

Mesure n°	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$U_0(\text{V})$	48,6	48,4	49,6	49,0	47,8	50,0	48,4	49,7	49,0	48,6

10. Déterminer la valeur moyenne  $U_{0m}$  des 10 mesures de la tension à vide.
11. Déterminer l'écart-type expérimental  $\sigma_{n-1}$  (aussi noté  $S_x$ ) lié à la mesure de la tension à vide.

On rappelle que si un opérateur effectue  $n$  mesures dans les mêmes conditions, l'incertitude-type par une approche statistique sur la moyenne se calcule à l'aide de l'expression suivante :

$$u(U_{0m}) = \frac{\sigma_{n-1}}{\sqrt{n}}$$

où  $\sigma_{n-1}$  représente l'écart-type expérimental, (aussi noté  $S_x$ ).

12. En déduire la valeur de l'incertitude-type par une approche statistique sur la moyenne  $U_{0m}$  de la tension à vide.

**QUESTION BONUS :** Un technicien de l'entreprise Aldebaran Robotics décide de contrôler le pack batterie pour l'un des robots. Il utilise le même multimètre que précédemment et effectue une moyenne sur 10 mesures. Il détermine une valeur moyenne  $U_{0m} = 48,9 \text{ V}$ . La tension de référence est  $48,0 \text{ V}$ .

13. Comparer la valeur moyenne mesurée et la valeur de référence en nombre d'incertitudes-types les séparant. Conclure quant à la conformité de ce pack batterie.

### EXERCICE 3 (4 points)

(mathématiques)

Vous traiterez **4 questions au choix parmi les 5 questions proposées sur la copie spécifique fournie avec ce sujet**. Pour chacune des quatre questions choisies, vous indiquerez clairement son numéro sur votre copie en début d'exercice.

Seules ces questions sont évaluées. Chacune d'elles est notée sur un point. Traiter une question supplémentaire ne rapporte aucun point.

#### Question 1

On considère le nombre complexe  $z = -1 + i$ .

1. Montrer que  $z = \sqrt{2}e^{i\frac{3\pi}{4}}$ .
2. Quelle est la partie imaginaire de  $z^4$  ? Justifier.

#### Question 2

Une entreprise réalise des bouchons par injection plastique. On modélise la température (en degré Celsius) d'un bouchon plastique à l'issue de sa fabrication, en fonction du temps  $t$  (en seconde) par l'équation différentielle

$$(E) : y' = -0,1y + 7$$

1. Déterminer la solution  $f$  de l'équation différentielle (E) qui vérifie  $y(0) = 150$ .
2. Donner la température d'un bouchon plastique 1 minute après la fin de sa fabrication. Arrondir le résultat au dixième.

#### Question 3

La tension  $u$  (exprimée en volt) aux bornes d'un dipôle en fonction du temps  $t$  (exprimé en seconde) est donnée par :

$$u(t) = \cos(50t) + \sqrt{3} \sin(50t)$$

**Rappel :** Pour tous réels  $a$  et  $b$ , on a :

$$\cos(a + b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$$

$$\cos(a - b) = \cos a \cos b + \sin a \sin b$$

$$\sin(a + b) = \sin a \cos b + \cos a \sin b$$

$$\sin(a - b) = \sin a \cos b - \cos a \sin b$$

1. Transformer l'écriture de  $u$  sous la forme  $u(t) = U_{\max} \cos(\omega t + \varphi)$  où :
  - $U_{\max}$  représente la tension maximale (exprimée en V)
  - $\omega$  représente la pulsation (exprimée en  $\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$ )
  - $\varphi$  représente le déphasage (exprimé en rad)
2. En déduire la fréquence correspondante  $f = \frac{\omega}{2\pi}$ , exprimée en Hz. Arrondir le résultat à l'unité.

#### Question 4

$g$  est une fonction définie et dérivable sur  $[0; +\infty[$ .

On admet que la dérivée de  $g$  est la fonction  $g'$  définie par  $g'(t) = 6e^{-t}(1 - t)$ .

1. Étudier le signe de  $g'(t)$  sur  $[0; +\infty[$ .
2. En déduire le sens de variation de  $g$  sur  $[0; +\infty[$ .

#### Question 5

Soit  $f$  la fonction définie sur  $]0; +\infty[$  par  $f(x) = 4 \ln(x) + \ln(2x) - \ln(4) - \ln(x^3)$

1. Calculer  $f(\sqrt{2})$ .
2. Calculer  $f(e)$ . Exprimer le résultat en fonction de  $\ln(2)$ .
3. Démontrer que, pour tout  $x$  dans  $]0; +\infty[$ ,  $f(x) = \ln\left(\frac{x^2}{2}\right)$ .

## EXERCICE 4 au choix du candidat (6 points)

(physique-chimie)

Vous indiquerez sur votre copie l'exercice 4 choisi : exercice 4 – A ou exercice 4 – B

### EXERCICE 4 – A : SOLAR IMPULSE

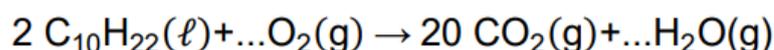
Mots-clés : combustion ; quantité de matière.

Le 26 juillet 2016, l'avion Solar Impulse 2 a atterri à Abou Dhabi, aux Émirats arabes unis, après avoir effectué un tour du monde de 43 041 km avec, comme seule source d'énergie, l'énergie solaire. L'objectif de cet exercice est d'évaluer la masse en dioxyde de carbone qu'aurait rejeté un avion de mêmes caractéristiques réalisant un vol identique en tous points, mais consommant comme carburant du kérosène.

#### **Document : caractéristiques du kérosène**

<b>Formule brute</b>	Mélange d'hydrocarbures. La formule chimique sera assimilée à $C_{10}H_{22}$ .
<b>État physique à 15 °C</b>	Liquide
<b>Masse molaire moléculaire M</b>	$142 \text{ g}\cdot\text{mol}^{-1}$
<b>Pictogrammes de sécurité</b>	

1. Donner la signification du pictogramme de sécurité entouré (document ci-dessus) ainsi que les précautions, associées à ce pictogramme, qu'il faut prendre lors de l'utilisation du kérosène.
2. Recopier et compléter l'équation de combustion du kérosène ci-dessous.



En considérant un vol identique en tous points (durée, vitesse, énergie nécessaire à la propulsion), on estime à 500 kg la masse de kérosène nécessaire pour un vol de 24 h.

3. Calculer la quantité de matière  $n_k$  de kérosène nécessaire à ce vol de 24 h.

Données : Masses molaires atomiques  $M(C) = 12,0 \text{ g}\cdot\text{mol}^{-1}$  ;  $M(O) = 16,0 \text{ g}\cdot\text{mol}^{-1}$ .

4. Montrer, en utilisant l'équation de la combustion, que la quantité de matière  $n_{CO_2}$  de dioxyde de carbone rejetée durant un vol de 24 h vaut  $3,52 \times 10^4 \text{ mol}$ .
5. Calculer la masse  $m_{CO_2}$  de dioxyde de carbone rejetée durant ce vol de 24 h.

La durée de vol effective de Solar Impulse 2 lors de son tour du monde a été de 560 h.

6. En déduire la masse de dioxyde de carbone qu'aurait rejetée un avion de mêmes caractéristiques réalisant un vol identique en tous points, mais consommant comme carburant du kérosène. On exprimera le résultat en nombre entier de tonnes.

## EXERCICE 4 – B : DÉGIVRAGE

Mots-clés : capacité thermique, énergie massique de changement d'état, résistance électrique.

Le givrage des différentes parties d'un avion est un problème qui peut être résolu de différentes façons. Le réchauffement de zones vulnérables est une méthode très courante de prévention du givrage. On s'intéresse ici au dégivrage par apport d'énergie thermique.

- Données :
- Capacité thermique massique de l'eau liquide :  $c_{el} = 4180 \text{ J}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$
  - Capacité thermique massique de l'eau solide :  $c_{es} = 2090 \text{ J}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$
  - Energie massique de fusion de la glace à  $0^\circ\text{C}$  :  $L_{fus} = 333 \text{ kJ}\cdot\text{kg}^{-1}$
  - Masse volumique de l'eau liquide à  $25^\circ\text{C}$  :  $\rho_{el} = 1,0 \text{ kg}\cdot\text{L}^{-1}$
  - Masse volumique de l'eau solide à  $-10^\circ\text{C}$  :  $\rho_{es} = 0,92 \text{ kg}\cdot\text{L}^{-1}$

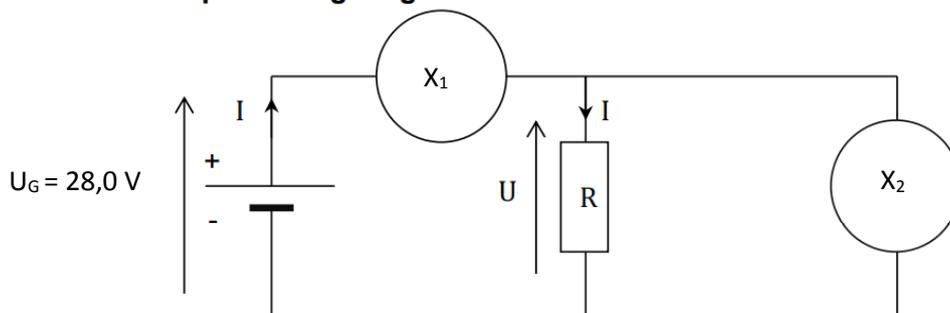


Une surface de  $5,0 \text{ m}^2$  de glace recouvre l'aile d'un avion sur une épaisseur d'un demi-millimètre. La température de la glace est  $\theta_1 = -10^\circ\text{C}$ .

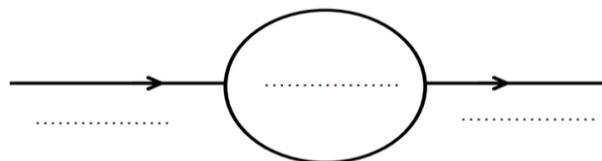
1. Montrer que la masse de glace  $m$  déposée sur l'aile de l'avion vaut  $2,3 \text{ kg}$ .
2. Exprimer puis déterminer la valeur  $E_1$  de l'énergie nécessaire pour augmenter la température de la glace de  $-10^\circ\text{C}$  à  $0^\circ\text{C}$ .
3. Exprimer puis déterminer la valeur  $E_2$  de l'énergie nécessaire pour transformer la glace en eau liquide à  $0^\circ\text{C}$ .
4. En déduire la valeur de l'énergie totale nécessaire à cette opération de dégivrage.

Cette énergie est apportée par une batterie délivrant une tension commune continue  $U_G = 28,0 \text{ V}$  et alimentant cinq éléments chauffants résistifs (symbolisés par un conducteur ohmique de résistance globale  $R$ ), répartis sur l'ensemble de l'aile et consommant chacun une puissance électrique  $P_E = 250 \text{ W}$ .

### Schéma électrique du dégivrage :



5. Nommer et identifier les appareils  $X_1$  et  $X_2$  permettant la mesure de la tension  $U$  aux bornes du conducteur ohmique de résistance  $R$  et de l'intensité  $I$  du courant dans le circuit.
6. Si la résistance globale vaut  $R \approx 0,63 \Omega$ , déterminer les valeurs de la tension  $U$  et de l'intensité  $I$  affichées sur les deux appareils. Bien justifier.
7. Recopier sur votre copie et compléter la chaîne énergétique suivante de la résistance chauffante.



8. Déterminer la valeur de la puissance de la batterie nécessaire afin d'alimenter la totalité des résistances.
9. En admettant qu'il n'y a pas de perte thermique au niveau des éléments chauffants résistifs, déterminer la durée permettant le dégivrage complet de l'aile. Commenter le résultat.