

Capacités  
exigibles :

- Citer la définition de l'activité d'une source radioactive et indiquer son unité
- Exploiter la définition de la demi-vie d'une espèce radioactive
- Comparer la décroissance radioactive de deux espèces connaissant leurs demi-vies respectives

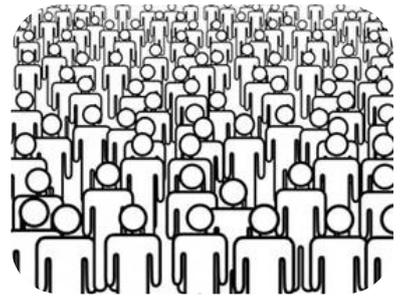


La désintégration d'un noyau radioactif est un phénomène **aléatoire**, donc **imprévisible**, tout comme l'est le lancer de dés. Pourtant, à l'échelle macroscopique, l'évolution d'une population de noyaux radioactifs est prévisible et modélisable par une fonction mathématique bien connue. Comment est-ce possible ?

## 1 Description de l'évolution d'une population

### a. Hypothèses

On imagine 3 populations humaines identiques (à la date  $t_0 = 0$  année).  
Les âges (de 0 à 99 ans) sont supposés répartis uniformément dans la population.  
Il n'y a aucune naissance.  
On notera  $N_0$  le nombre d'individus à  $t_0 = 0$  et  $N$  le nombre d'individus à la date  $t$ .



Ces 3 populations subissent chacune une situation différente :

#### Situation A :

Les individus vivent tous parfaitement bien jusqu'à au moins 120 ans MAIS une épidémie mortelle sévit à la date  $t_1$  (et elle met 2 années à décimer toute la population). On prendra  $t_1 = t_0 + 5$ .

#### Situation B :

Les individus vivent tous parfaitement bien et meurent tous à un âge défini (100 ans).

#### Situation C :

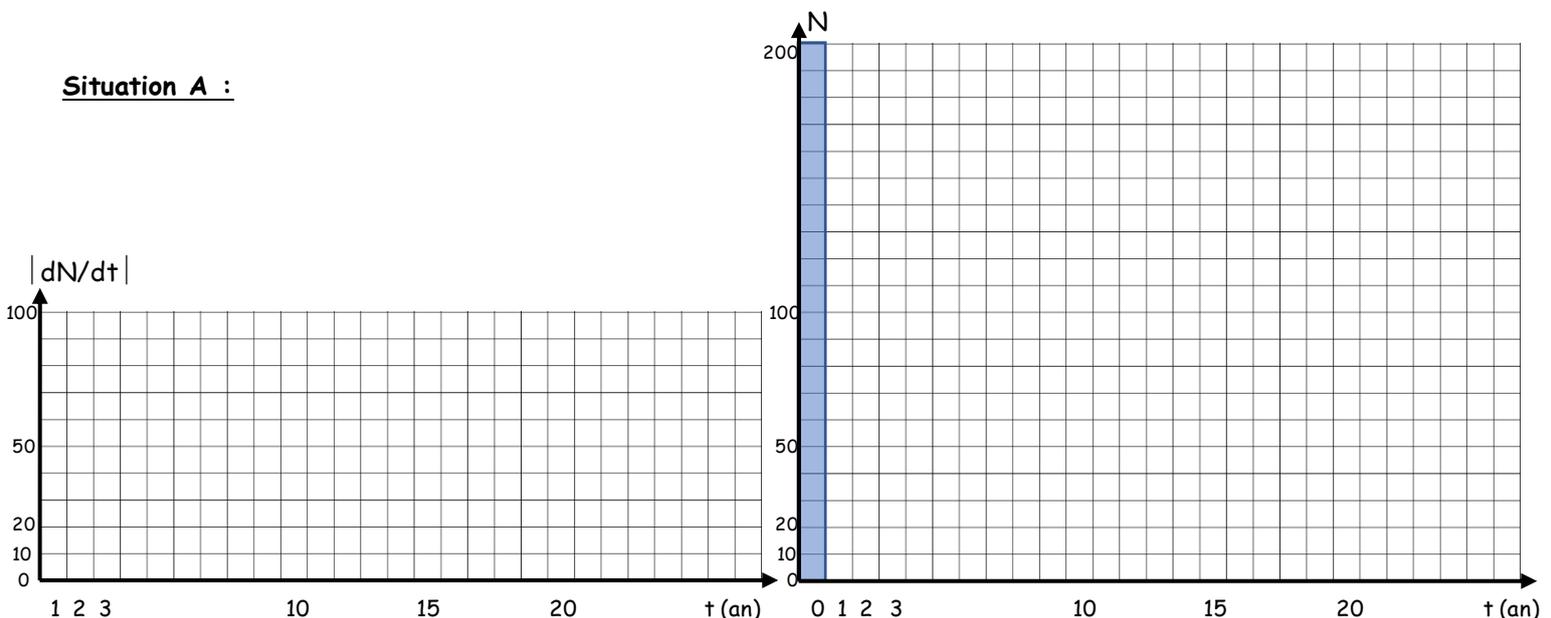
Un tyran fou décide de la mort de chacun des individus en jouant aux dés : il lance, le 1<sup>er</sup> jour de chaque année, autant de dés qu'il y a d'individus restants : chaque fois que le dé tombe sur le « 6 », l'individu est éliminé.

### b. Évolutions A et B

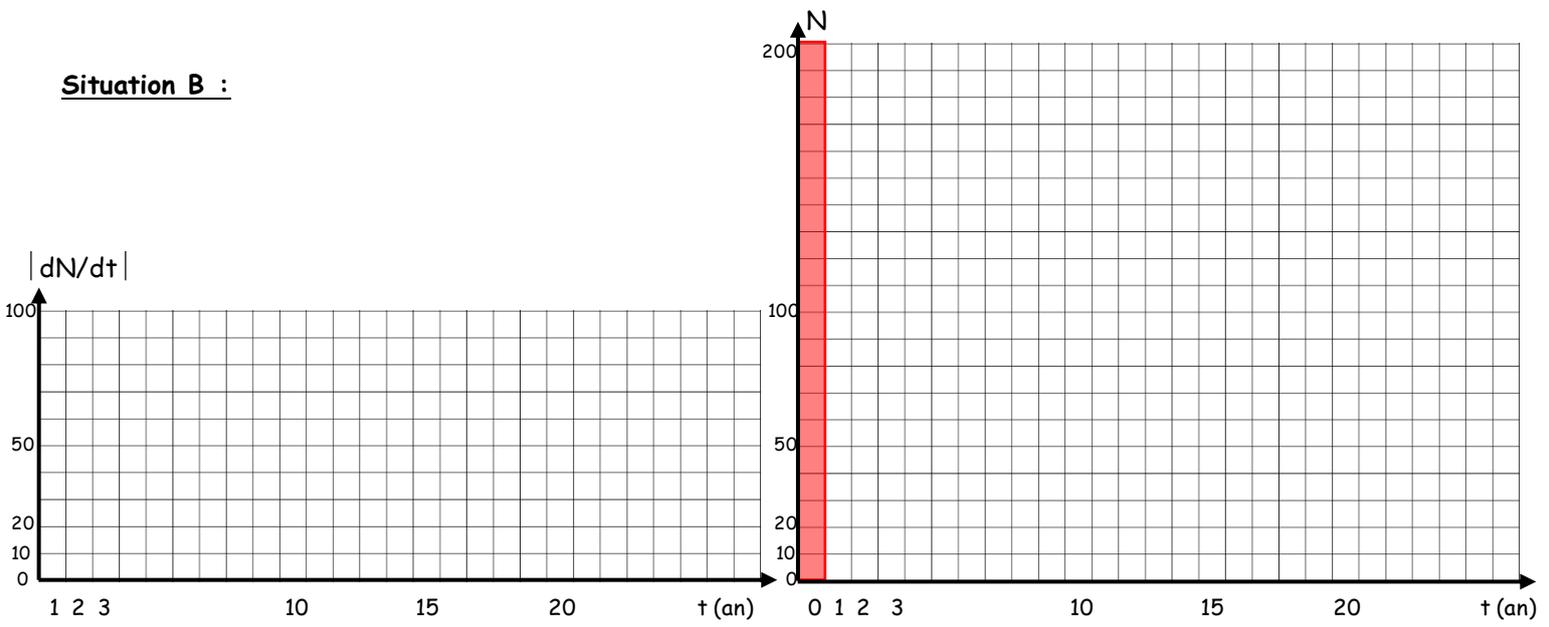
1. Pour les 2 premières situations, compléter les diagrammes en bâtons suivants représentant :
- diagramme n°1 : le nombre d'individus qui disparaissent chaque année (ou variation de population par année notée  $|dN/dt|$ ) en fonction du temps (1 année par bâton).
  - diagramme n°2 : le nombre d'individus restant (noté  $N$ ) en fonction du temps (1 année par bâton).

La dernière situation étant plus délicate à représenter, une simulation sera réalisée dans la partie suivante.

#### Situation A :



**Situation B :**



2. Expliquer, en utilisant les histogrammes précédents, comment on peut prédire mathématiquement l'évolution de  $N$  en fonction de  $t$  connaissant l'évolution de  $|dN/dt|$  en fonction de  $t$ .

c. **Évolution C avec une simulation**

Pour la situation C, on simule une population de 200 individus. Vous jouez le rôle du tyran fou.

3. Plutôt que de lancer 200 fois un dé, proposer un programme sur le tableur de votre choix pour vous aider dans votre tâche destructrice.

**Astuces :**

La fonction `ALEA.ENTRE.BORNES(min ; max)` retourne un entier entre les bornes *min* et *max*.

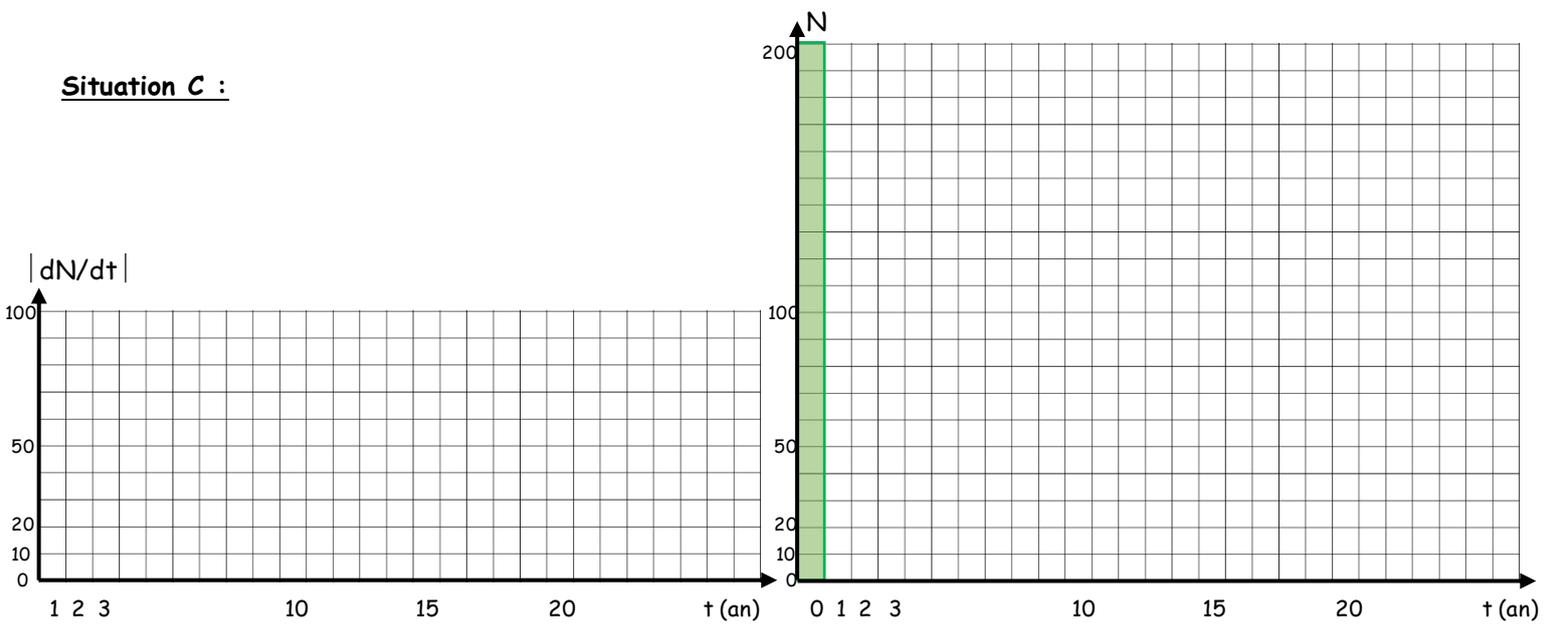
La fonction `NB.SI(plage ; valeur)` retourne le nombre de fois où la *valeur* est rencontrée sur la *plage* sélectionnée.

4. Lancer les dés, comptabiliser le nombre d'individus éliminés chaque année (nombre de « 6 » lors du dernier lancé), supprimer alors le nombre de dés correspondants, relancer les dés restants... Compléter le tableau ci-dessous :

année	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
dN/dt													
année	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26
dN/dt													

5. Compléter alors les 2 diagrammes en bâtons suivants. Comparer l'allure des 2 diagrammes.

**Situation C :**



6. À quoi peut-on s'attendre pour les valeurs de  $|dN/dt|$  si on multiplie la population de départ par 5 ? si on multiplie par 5000 ?

Ouvrir le logiciel « **Le lancers de dés** » et commencer la 2<sup>ème</sup> partie : « Décroissance du nombre de dés ».

- Vérifier vos prévisions en recommençant avec 1000 dés puis 1000000 (faire « Suite » dans le logiciel).

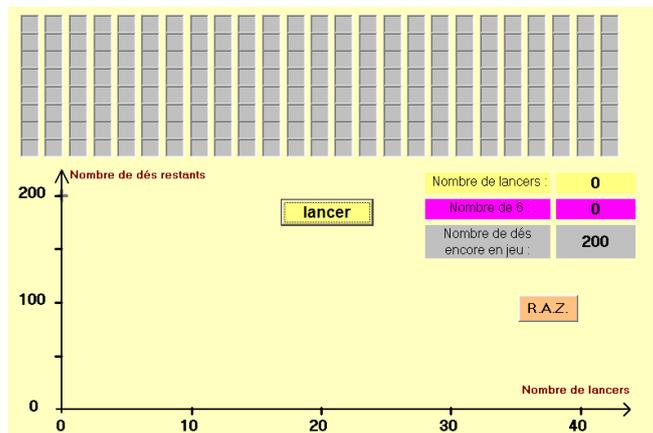
7. En déduire une relation simple entre le nombre d'individus éliminés  $|dN/dt|$  et le nombre d'individus restants  $N$ .

8. Montrer que la fonction mathématique  $N(t) = N_0 \times e^{-\lambda.t}$  est une fonction qui peut modéliser cette décroissance de la population ( $\lambda$  étant la constante introduite à la question précédente).



Lien vers le téléchargement du logiciel « Lancer de dés » :

<http://bit.ly/ZIPlancerDES>



## 2 Loi de décroissance radioactive

En France, les centrales nucléaires fournissent 72 % des besoins en électricité. Elles utilisent l'énergie libérée lors de la fission contrôlée de noyaux d'uranium en noyaux plus légers. Bien que ne rejetant pas de dioxyde de carbone dans l'atmosphère, ces fissions produisent des déchets radioactifs comme le cobalt 60 ou le neptunium 237, dont le traitement et le stockage sont complexes.

### Document 1. Activité d'un échantillon de noyaux radioactifs

L'activité radioactive  $A$  d'un échantillon correspond au nombre de désintégrations de noyaux par seconde. Elle s'exprime en becquerel (Bq).

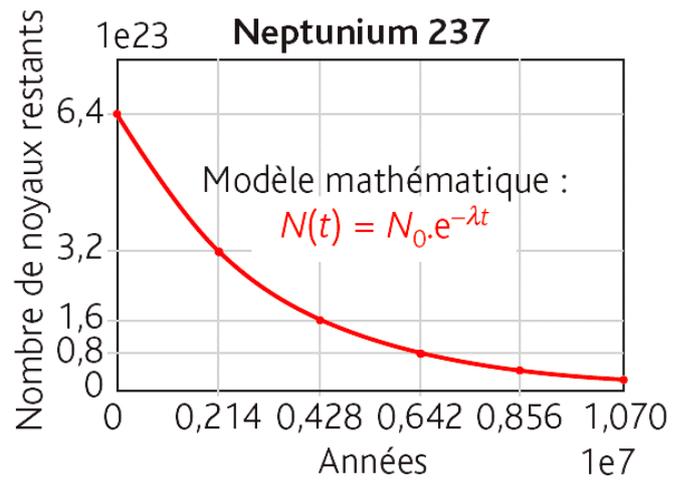
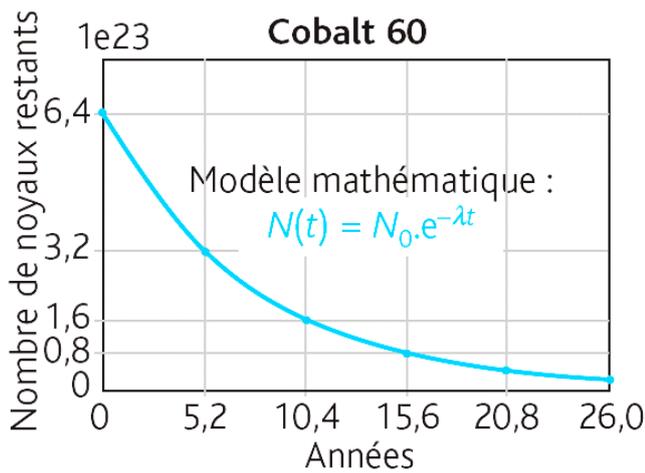
Plus l'activité de l'échantillon de noyaux radioactifs est grande pour une même masse, plus les risques sur la santé sont élevés.

Le **temps de demi-vie**  $t_{1/2}$  (appelée aussi période radioactive) d'une source radioactive est le temps au bout duquel la moitié des noyaux d'un échantillon se sont désintégrés. Il s'exprime en seconde (s).

### Document 2. Caractéristiques de quelques déchets radioactifs

Isotopes	Type	Temps de demi-vie	Activité (Bq·g <sup>-1</sup> )
Nickel <sup>63</sup> Ni	$\beta$	100 a	$2,1 \times 10^{12}$
Hydrogène <sup>3</sup> H	$\beta$	12,3 a	$3,6 \times 10^{14}$
Radium <sup>226</sup> Ra	$\alpha$	1 600 a	$3,7 \times 10^{10}$
Fer <sup>59</sup> Fe	$\beta$	44,5 j	$1,8 \times 10^{15}$
Curium <sup>244</sup> Cm	$\alpha$	18 a	$3,0 \times 10^{12}$

Document 3. Évolution d'une population initiale de  $N_0 = 6,4 \cdot 10^{23}$  noyaux de  $^{60}\text{Co}$  et de  $^{237}\text{Np}$



•  $\lambda_1$  et  $\lambda_2$  sont des paramètres nommés constantes radioactives (unité :  $s^{-1}$ ).

•  $e^{-\lambda t}$  représente la fonction exponentielle décroissante, où  $t$  est la variable « temps ».

**Attention !**

«  $1e23$  » et «  $1e7$  » signifient respectivement «  $1 \times 10^{23}$  » et «  $1 \times 10^7$  ».

1. Déterminer graphiquement les temps de demi-vie  $t_{1/2}$  du  $^{60}\text{Co}$  et du  $^{237}\text{Np}$ .
2. Pour chacun des 2 types de noyaux, après combien de demi-vie la population est-elle divisée par 8 ? par 16 ?
3. Estimer, pour chacun des 2 types de noyaux, la durée minimale au bout de laquelle la population initiale a au moins été divisée par un million ?
4. Conclure en justifiant la nécessité ou non d'enfouir le  $^{60}\text{Co}$  et/ou le  $^{237}\text{Np}$ . Expliquer de manière générale, comment on peut, connaissant le temps de demi-vie  $t_{1/2}$ , organiser la gestion d'un déchet radioactif. Utiliser si besoin la vidéo ci-contre.
5. À l'aide du doc.2, expliquer comment évolue l'activité d'un échantillon de noyaux radioactifs par rapport au temps de demi-vie  $t_{1/2}$  de ces noyaux.

**Pour les plus rapides :**

6. Montrer qu'on peut retrouver la constante radioactive  $\lambda$  par la relation :  $\lambda = \frac{\ln 2}{t_{1/2}}$ .

En déduire les constantes radioactives du  $^{60}\text{Co}$  et du  $^{237}\text{Np}$ .



<http://bit.ly/VIDdechets>

- ☞ Tracer sur votre calculatrice la représentation graphique du nombre de noyaux de  $^{60}\text{Co}$  en fonction du temps  $N(t)$  comme dans le doc.3.