Les réponses doivent être justifiées. Les résultats doivent être donnés avec leurs unités. La présentation et l'orthographe sont également appréciées [1 pt]. ***Calculatrice autorisée.***

Exercice 1. Effet Doppler et danse classique [7,5 pts]

Lors de la répétition générale d'un ballet, Alice, la pianiste, ponctue la fin du 1er acte en jouant une série de La3 successifs au cours desquels Kilian, le danseur, effectue un saut appelé « grand jeté ».
Après le baisser du rideau, le directeur artistique trouve Kilian et Alice en pleine discussion.

Kilian a perçu des La3 successifs qui lui semblaient de hauteurs différentes et pense qu'Alice n'a pas joué la même note. Alice conteste et affirme qu'elle a bien joué la même note.

L'objectif de l'exercice est de comprendre l'origine de ce désaccord.

Brice Bardot effectuant un grand jeté.

Tableau du déroulement chronologique de la fin du premier acte :

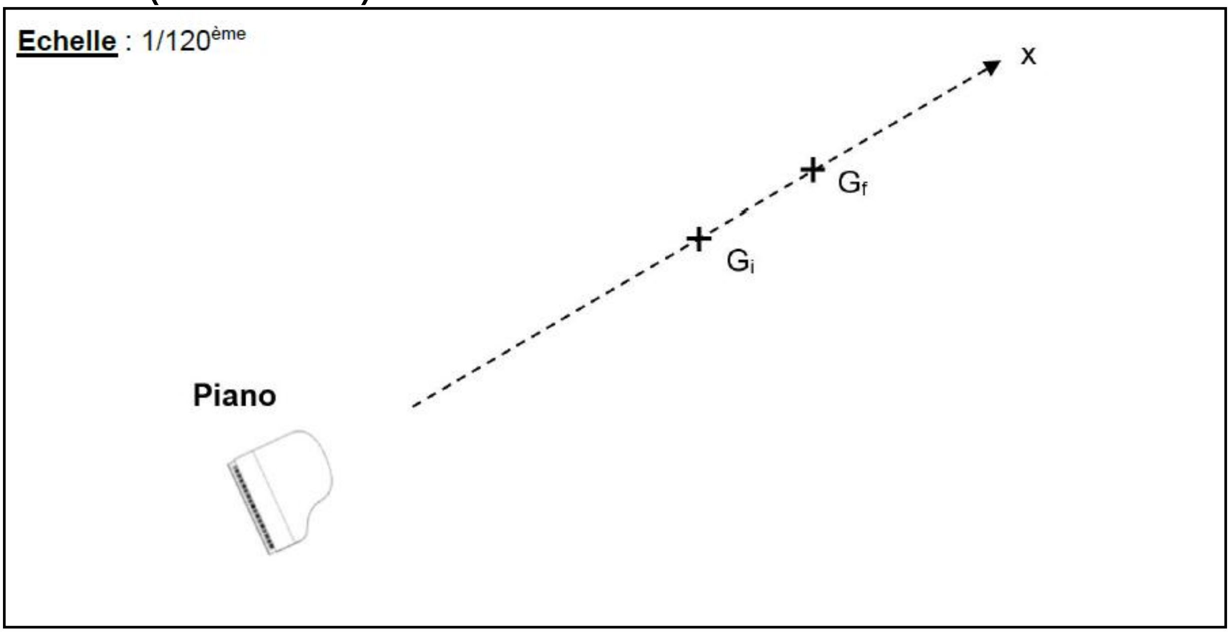
Pianiste	Mi3	Si3	Ré3	La3	La3	La3	La3	La3	La3	La3
Danseur	Immobile					Course d'élan et grand jeté				

La3 = La de l'octave 3

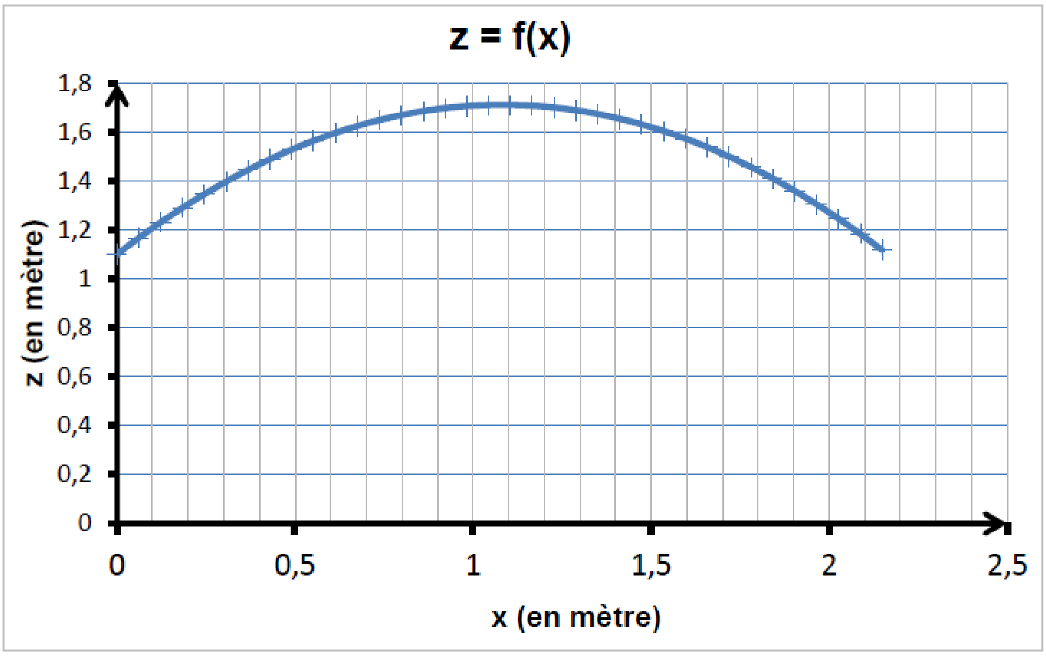
Données :
On adoptera les notations suivantes :
- G représente le centre de gravité de Kilian,
- G_i est la position de G au début du grand jeté ; G_f est la position de G à la fin du grand jeté,
- Δt est la durée du grand jeté (Δt = 0,710 s).
- Fréquence (en hertz) de quelques notes de la gamme tempérée :

Note	Do	Ré	Mi	Fa	Sol	La	Si
Octave 1	65	73	82	87	98	110	123
Octave 2	131	147	165	175	196	220	247
Octave 3	262	294	330	349	392	440	494

Plan de la scène (vue de dessus)



Trajectoire du centre de gravité G de Kilian lors de son grand jeté



L'effet Doppler

L'effet Doppler est la modification de la fréquence d'une onde lorsque l'émetteur de cette onde et le récepteur sont en mouvement relatif.

Si le récepteur s'approche de l'émetteur, la fréquence perçue est : $f_R = f_E \times (\frac{v_{son}}{v_{son} - v_R})$

Si le récepteur s'éloigne de l'émetteur, la fréquence perçue est : $f_R = f_E \times (\frac{v_{son}}{v_{son} + v_R})$

f_R est la fréquence de l'onde perçue par le récepteur ;
f_E est la fréquence de l'onde émise par l'émetteur ;
v_R est la vitesse du récepteur par rapport à l'émetteur ;
v_{son} est la vitesse de propagation du son dans l'air.

La loi de Weber-Fechner

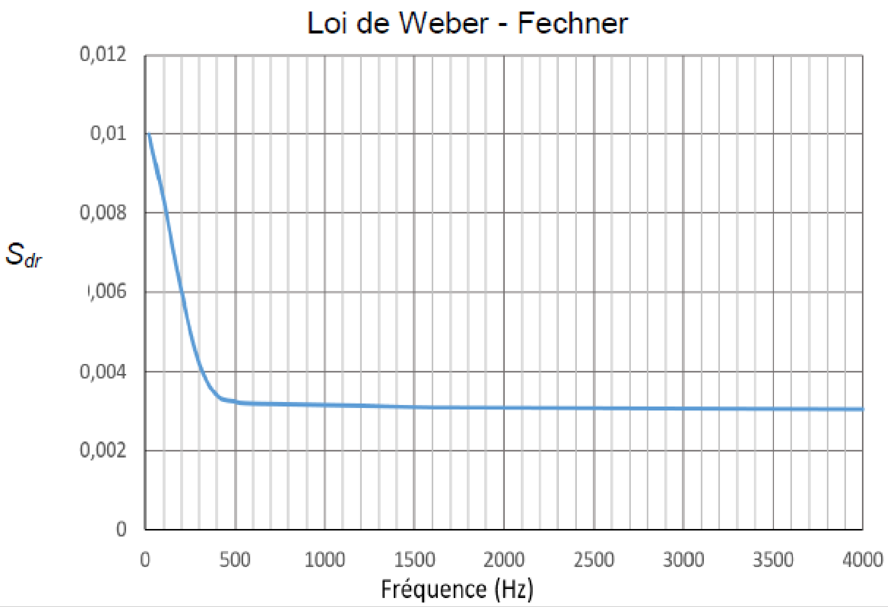
L'oreille humaine n'est capable de percevoir la différence de hauteur entre deux sons successifs que si la variation relative des fréquences entre ces deux sons, notée $\frac{\Delta f}{f}$, est supérieure ou égale à une certaine valeur appelée *seuil différentiel relatif, S_{dr}*.

On peut tracer le *seuil différentiel relatif S_{dr}* en fonction de la fréquence *f* du son de référence : la courbe obtenue correspond à la loi de Weber-Fechner.

Le graphique ci-contre représente le seuil différentiel relatif pour une oreille humaine moyenne.

Remarque : Pour une oreille entraînée, par exemple par plusieurs années d'études musicales, le seuil donné par la loi de Weber-Fechner est bien plus faible, il vaut environ 1/1000 quelle que soit la fréquence du son.

D'après le site Spiralconnect de l'Université de Lyon 1



1. Détermination de la vitesse de Kilian

1.1. À l'aide des documents proposés, déterminer la distance horizontale parcourue par Kilian lors de son grand jeté. **[1pt]**

1.2. En déduire la vitesse horizontale moyenne de Kilian lors de son grand jeté. **[1pt]**

On supposera pour la suite que la vitesse horizontale du danseur reste constante lors du grand jeté.

2. Fréquence du son perçu par Kilian

2.1. Quelle est la fréquence des notes émises par le piano pendant le grand jeté de Kilian ? **[0,5pt]**

2.2. Quelle est la fréquence des notes perçues par Kilian pendant son grand jeté ? Expliquer en détail votre raisonnement (ne prendre en compte que la composante horizontale du mouvement de G). **[1,5pt]**

2.3. Sachant que Kilian a une oreille entraînée par des années d'études musicales, expliquer s'il peut percevoir cette différence de hauteur. **[1,5pt]**

2.4. Un autre danseur n'ayant pas l'oreille entraînée, aurait-il été capable de percevoir cette différence de fréquence ? **[1pt]**

3. Discussion entre Alice et Kilian Expliquer l'origine du désaccord entre Alice et Kilian. **[1pt]**

2. *Observation d'une exoplanète* [8 pts]

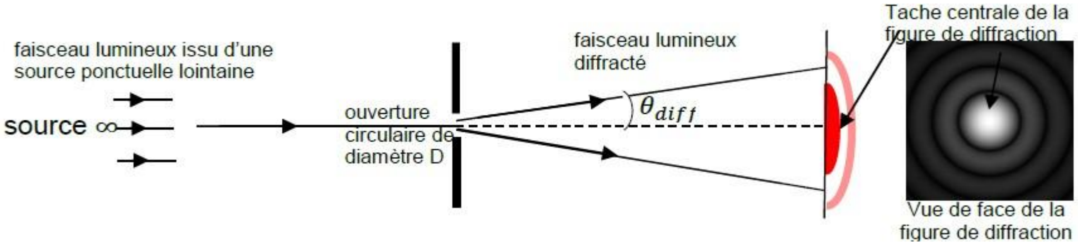
L'existence de planètes situées en dehors du système solaire (ou exoplanètes) fait l'objet d'études scientifiques depuis le XIXème siècle. Leur éloignement, mais aussi leur manque de luminosité par rapport aux étoiles autour desquelles elles tournent, rendent leur détection difficile.

1. Comment la diffraction rend-elle difficile l'observation d'une exoplanète ?

Un télescope de diamètre *D* collecte la lumière émise par un objet céleste, puis la renvoie vers un système optique de formation d'image qui ne sera pas étudié ici. Actuellement, l'observation de détails avec un télescope terrestre est principalement limitée par le phénomène de diffraction lié à la valeur de l'ouverture circulaire *D* du télescope.

La première planète extrasolaire dont on a pu faire une image par observation directe dans le proche infrarouge s'appelle 2M1207b. Cette exoplanète orbite à une distance estimée à 55 unités astronomiques (ua) autour de l'étoile 2M1207a, située à 230 années lumières (al) de la Terre.

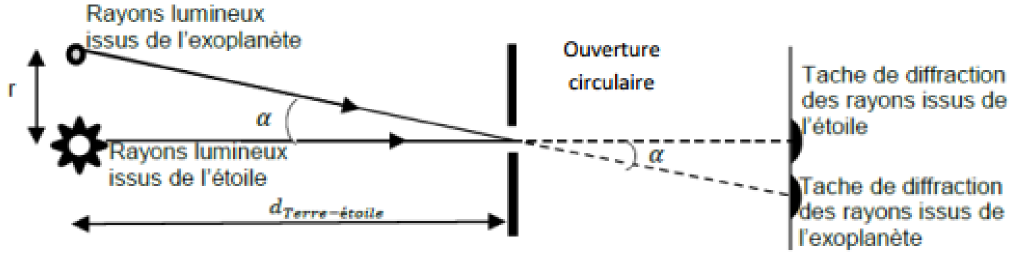
Document 1 : Diffraction par une ouverture circulaire



Dans le cas d'une ouverture circulaire, on admet que l'angle de diffraction θ_{diff} (exprimé en radian) vérifie la relation $\theta_{diff} = 1{,}22.\dfrac{\lambda}{D}$, où λ est la longueur d'onde du faisceau incident et *D* le diamètre de l'ouverture.

Écart angulaire et diffraction

Des rayons lumineux issus d'un couple étoile-planète et passant par l'ouverture circulaire d'un télescope terrestre sont représentés dans le schéma ci-dessous :

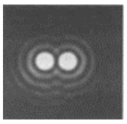


α est l'écart angulaire entre l'étoile et la planète, c'est-à-dire l'angle sous lequel l'écart angulaire étoile-planète est vu depuis la Terre. Il se calcule grâce à la relation :

$\alpha \approx \tan\alpha = \dfrac{r}{d_{Terre-étoile}}$ où r est la distance planète-étoile et $d_{Terre\text{-}étoile}$ la distance entre la Terre et l'étoile.

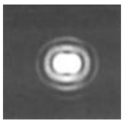
Critère de Rayleigh pour distinguer deux objets.

Un télescope permet de distinguer deux objets à condition que l'écart angulaire α entre ces deux objets soit supérieur ou égal à l'angle de diffraction θ_{diff} .

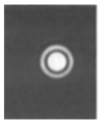


$\alpha > \theta_{diff}$

On peut distinguer les deux objets



$\alpha = \theta_{diff}$



$\alpha < \theta_{diff}$

On ne peut pas distinguer les deux objets

Données :
unité astronomique : 1 ua = $1{,}496 \times 10^{11}$ m ; l'année lumière : 1 al = $9{,}461 \times 10^{15}$ m ;
vitesse de la lumière dans le vide : $c = 3 \times 10^{8}$ m.s^{-1}

1.1. Quelle propriété de la lumière permet d'expliquer le phénomène de diffraction ? **[0,5pt]**

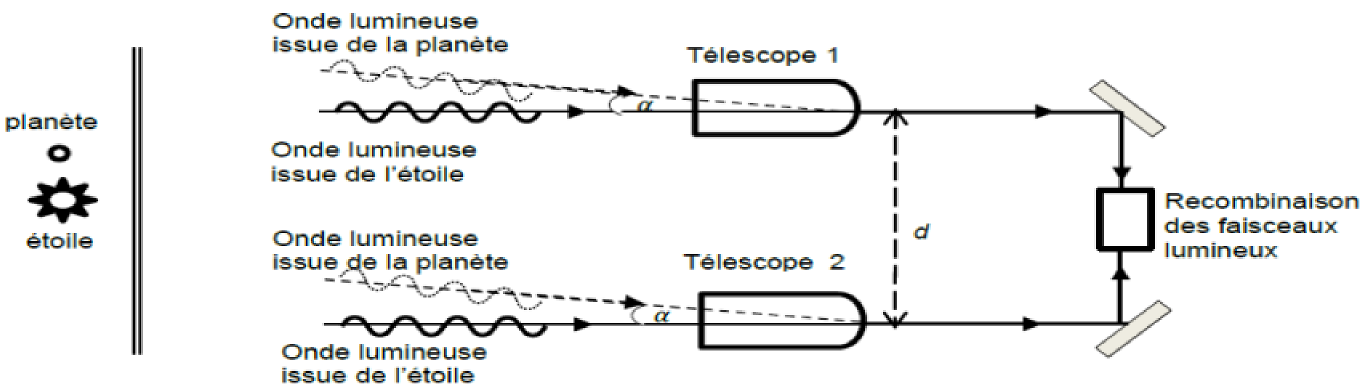
1.2. Déterminer le diamètre D du télescope terrestre permettant de distinguer la planète 2M1207b de l'étoile 2M1207a. On admet que la longueur d'onde des rayons lumineux provenant des deux objets célestes a pour valeur $\lambda = 2{,}0$ µm. **[2pt]**

Le candidat est invité à prendre des initiatives et à présenter la démarche suivie, même si elle n'a pas abouti. La démarche est évaluée et nécessite d'être correctement présentée.

2. Comment la faible luminosité d'une exoplanète la rend-elle difficile à observer ?

En général, les planètes sont peu lumineuses par rapport aux étoiles ce qui ajoute une difficulté supplémentaire pour les observer. Un dispositif interférométrique, décrit dans le document 2, a été proposé en 1978 par le physicien australien Ronald N. Bracewell. Il permet de contourner ce problème. L'objectif est d'éliminer le signal de l'étoile tout en permettant l'enregistrement du signal émis par la planète.

Document 2 : Dispositif interférométrique
On considère deux télescopes identiques dont les lignes de visée sont dirigées vers une étoile lointaine. La direction d'une exoplanète à proximité de l'étoile fait un angle α avec la ligne de visée.



Dans ce dispositif, les faisceaux issus des deux télescopes sont recombinés grâce à un dispositif optique situé à égale distance des deux télescopes.

Recombinaison des signaux **<u>issus de l'étoile</u>**

2.1. Justifier que, dans le dispositif décrit dans le document 2, les rayons lumineux issus de l'étoile et captés par les télescopes interfèrent de manière constructive au niveau de la recombinaison. **[1pt]**

2.2. On appelle T la période de l'onde lumineuse.
L'idée de Bracewell est d'ajouter, juste après le télescope 2, un système optique permettant d'ajouter un retard d'une demi-période $\frac{T}{2}$ sur le signal provenant de ce télescope. Montrer que ce système optique produit des interférences destructives entre les deux rayons <u>issus de l'étoile</u> au niveau de la recombinaison.
<u>Recopier</u> et compléter le tableau suivant sur votre feuille : **[1,5pt]**

	Interférences constructives	Interférences destructives
Différence de marche δ en fonction de la longueur d'onde λ	$\delta =$	$\delta =$
Retard τ en fonction de la période T	$\tau =$	$\tau =$
Intensité lumineuse au niveau de de la recombinaison **(min ou max)**		

Recombinaison des signaux <u>issus de l'exoplanète</u>

Les rayons lumineux <u>issus de l'exoplanète</u> arrivent sur les dispositifs interférométriques en faisant un angle α avec la ligne de visée. À cause de cette inclinaison, le signal lumineux arrive sur le télescope 2 avec un retard $\tau = \frac{d.\sin\alpha}{c}$ où d est la distance entre les deux miroirs.

2.3. Montrer que le signal issu du télescope 2 a un retard de $\tau' = \frac{d.\sin\alpha}{c} + \frac{T}{2}$ par rapport au signal issu du premier télescope. **[0,5pt]**

2.4. À quelle condition sur le retard τ' va-t-on obtenir une interférence constructive ? **[0,5pt]**

2.5. Montrer que cette relation peut aussi s'écrire $d.\sin\alpha = (k - \frac{1}{2}).\lambda$ où k étant un nombre entier. **[1pt]**

2.6. Pour des petits angles, $\sin\alpha \approx \tan\alpha = \frac{r}{d_{Terre-étoile}}$, en déduire la distance minimale d entre les deux télescopes pour obtenir une interférence constructive lors de l'observation de l'exoplanète 2M1207b en rotation autour de l'étoile 2M107a sachant que l'on travaille en infrarouge λ = 10 µm. **[1pt]**

3. Analyse dimensionnelle et incertitudes de mesure [3,5 pts]

On reprend ce qui a été vu en AP.

<u>a. Analyse dimensionnelle</u> [1pt]

Déterminer l'unité de l'intensité de la pesanteur g en utilisant la formule donnant la période T (en s) d'oscillation d'un pendule simple de longueur l (en m) :

$$T = 2\pi \times \sqrt{\frac{l}{g}}$$

<u>b. Incertitudes de mesures</u>

On mesure la distance D entre un émetteur et un récepteur ultrasonore et on mesure la durée de parcours Δt de l'onde ultrasonore. On obtient les résultats suivants :
D = 61,25 ± 0,05 cm et Δt = 1,80 ± 0,04 ms.

1. Avec combien de chiffres significatifs est donnée la distance D ? **[0,5pt]**

2. Quelle est l'incertitude absolue sur la durée ? Quelle est l'incertitude relative sur la durée ? **[1pt]**

3. Calculer la vitesse v des ultrasons et exprimer le résultat avec son incertitude $U(v)$ sachant que :

$$\frac{U(v)}{v} = \sqrt{(\frac{U(D)}{D})^2 + (\frac{U(\Delta t)}{\Delta t})^2}$$ **[1pt]**